UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

BRANKO HORVAT

Uvod u ekonomsku teoriju proizvodnje

LJUBLJANA 1971

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

BRANKO HORVAT

Uvod u ekonomsku teoriju proizvodnje

LJUBLJANA 1971

Avtor:
prof. dr. Branko Horvat
UVOD U EKONOMSKU TEORIJU PROIZVODNJE
Izdala Ekonomska fakulteta v Ljubljani
Založila Univerza v Ljubljani
Tiskala Univerzitetna tiskarna v Ljubljani
Natisnjeno 500 izvodov

PREDGOVOR

Ovaj Uvod predstavlja prvi tekst iz oblasti ekonomske teorije proizvodnje na nekom našem jeziku. U stvari integralnih tekstova iz ove oblasti nema još ni u sv jetskoj udžbeničkoj literaturi. Zbog toga sam se u pripremanju ovog rada služio čitavim nizom udžbenika i specijalističkih radova, od kojih su važniji citirani, a oslanjao sam se i na svoju predavačku praksu. Poseban problem predstavljala je standardizacija simbolike i izrada adekvatne naučne terminologije na hrvatskosrpskom jeziku /putanja ekspanzije, izokvanta, ekonomija i disekonomija obima, proizvodna funkcija, utrošci resursa, grebeni proizvodne površine i sl./. U pogledu primjene simbolike upućujem čitaoca na publikaciju Instituta ekonomskih nauka u Beogradu: Ekonomska simbolika, rad. br. 9.

Ovaj tekst treba da posluži kao udžbenik za prvi dio programa iz kolegija teorija reprodukcije koji sam u poslednje tri godine predavao na Ekonomskom fakultetu u Ljubljani. Opredjeljen ovim zadatkom tekst je prvenstveno orijentiran na makroekonomsku problematiku i pruža teorijsku osnovicu za ekonometrijska mjerenja narodno-privrednih proizvodnih funkcija i tehnološkog progresa. Medjutim, u postavljeni teorijski okvir može se bez većih poteškoća uključiti i standardna mikroekonomija s analizom ponašanja poduzeća, kako se ova predaje, npr., na Poslijediplomskoj školi instituta ekonomskih nauka. Ukoliko mi to vrijeme dopusti, u jednom od narednih izdanja udžbenika pokušat ću izvršiti proširenje teksta upravo u tom pravcu. Nadalje, tekst ću trebati dopuniti razmatranjem i drugih aspekata teorije proizvodnje, kao što su transformacioni locus, proizvodna fronta privrede i cjelokupna problematika racionalne alokacije resursa. Kad to jednom bude uradjeno, imat ćemo kompletan udžbenik suvremene ekonomske teorije proizvodnje.

Ovaj udžbenik moći će se korisno upotrijebiti na mikro i makro smjerovima ekonomskih fakulteta, fakultetu organizacionih nauka i poslijediplomskim programima iz kvantitativne ekonomske analize. Potrebno znanje iz matematike nije veće /uz jedan ili dva izuzetka/ od poznavanja diferenciranja implicitnih funkcija.

Ljubljana, 3. novembra 1970

Branko Horvat

SADRŽAJ

Str.

***

I. PROIZVODNA FUNKCIJA

1. Svojstva proizvodne funkcije

Proizvodna funkcija izražava proizvod kao funkciju utrošaka odnosno, kako se obično nazivaju faktora proizvodnje. Ekonomska proizvodna funkcija podrazumijeva da se faktori proizvodnje uvijek koriste na najefikasniji mogući način. U tom smislu proizvodna funkcija izražava maksimalni proizvod koji se može dobiti iz svake kombinacije faktora proizvodnje. U makroekonomskoj analizi obično uzimamo da nema vezanih proizvoda. Prema tome u toj proizvodnoj funkciji jedan proizvod (društveni proizvod), y, bit će funkcija više faktora (rada, kapitala, zemlje), x_i,

$$y = f(x_1, x_2, \dots x_n) \qquad \dots 1.1)$$

Iz ekonomske teorije proizlaze neke poželjne osebine proizvodne funkcije. Prije svega marginalni proizvodi faktora treba da budu ne negativni u relevantnom intervalu proizvodnje

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} \geqslant 0, \quad i = 1,2,\dots n \qquad \dots 1.2)$$

Povećavanje utroška jednog faktora mora ili povećati proizvod, ili ga bar ostaviti nepromjenjenim. Ukoliko bi marginalni proizvod bio negativan, onda bi bilo neracionalno upotrebiti odnosni faktor pa se on ne bi ni pojavio u proizvodnoj funkciji odnosno suviše količine ne bi se jednostavno upotrebile. Karakteristika (2) se obično navodi bez ograničenja.*) No nakon što su bili otkriveni relativno niski limiti za apsorpcioni kapacitet privrede**), očigledno je da postoji realna mogućnost da se organi ekonomske politike ponašaju neracionalno i da privredu dovedu u područje negativnih marginalnih proizvoda. To se desilo kod nas za vrijeme prvog petogodišnjeg plana.***)

U privredi očigledno djeluje takozvani zakon opadajućih prinosa koji kaže da će se, ukoliko se utrošak jednog faktora povećava jednakim dozama, a utrošci ostalih faktora ostaju nepromjenjeni, iza neke tačke rezultirajući prirasti proizvoda početi smanjivati. Zakon važi u ovim uslovima: (1) tehnika proizvodnje je dana i u promatranom trenutku vremena se ne mijenja; (2) utrošak bar nekih proizvodnih usluga je konstantan; (3) postoji mogućnost variranja proporcije utrošaka, jer inače bi marginalni proizvod bio stalno jednak nuli i (4) "iza neke tačke" znači "iza utroška koji se obično postizava". Opadajući prinosi znače smanjivanje marginalnih proizvoda.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_i^2} \leq 0, \qquad i = 1,2,\dots n \qquad \dots 1.3)$$

Ovaj postulat proizlazi kao logička konzekvenca empirijske činjenice da se u proizvodnji upotrebljava više reproducibilnih faktora. Ukoliko bi prinosi bili konstantni ili rastući, upotrebljavao bi se samo jedan faktor, i to onaj najjeftiniji. Problemu možemo prići i na drugi način. Rastući prinosi faktora koji varira implicirali bi negativne marginalne proizvode faktora koji se drže konstantnim. Zbog toga je onda

*) Vidi M. Brown, On the Theory and Measurement of Technological Change, Cambridge Univ. Press, 1966, s. 29.

**) B. Horvat, Ekonomska teorija planske privrede, Kultura, Beograd, 1961, pogl. 9.

***) Usp. B. Horvat "Tehnički progres u Jugoslaviji", Ekonomska analiza, 1-2/1968, s. 50.

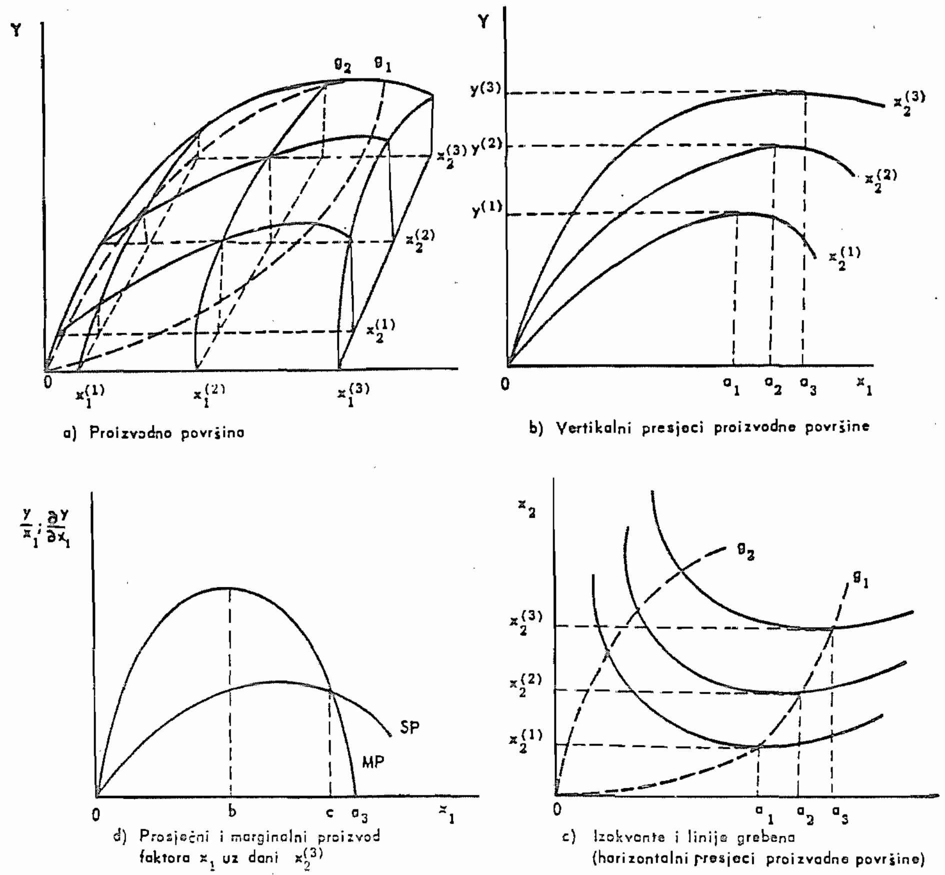
racionalnije postići optimalnu proporciju faktora smanjivanjem utrošaka potonjih dok svi faktori ne budu imali pozitivne marginalne proizvode što, na osnovu istog rezoniranja, znači opadajuće prinose. Kad bi postojala potpuna djeljivost svih faktora, zakon opadajućih prinosa važio bi za sve nivoe proizvodnje. Kako medjutim savršene djeljivosti nema - postoje tehnološki odredjeni minimalni kapaciteti, faktori se mogu upotrebljavati samo u količinama koje su veće od infinitezimalnih - to u odredjenim intervalima mogu postojati, i stvarno postoje, rastući prinosi.

Treća poželjna osebina proizvodne funkcije zahtijeva da proizvod ima konačnu granicu ako se uz zadržavanje ostalih faktora jedan faktor beskonačno povećava.

$$\lim_{x_i \longrightarrow \infty} \frac{\partial y}{\partial x_i} \leq 0, \quad i = 1,2, \dots n \qquad \dots 1.4)$$

Na taj način opisana je empirijska činjenica da je nemoguće ostvariti svjetsku poljoprivrednu proizvodnju u jednom koncu zemlje.

Na naredna četiri crteža ispitivat ćemo neke neke d..lje osebine proizvodnih funkcija. Zbog ograničenosti grafičkog prikazivanja, a i zato što ćem ..e u empirijskoj analizi služiti samo s dva faktora proizvodnje, izvršit ćemo naše demonstracije na dvofaktorskim proizvodnim funkcijama $y = f(x_1, x_2)$. Slika (a) prikazuje proizvodnu površinu koja ima željene ekonomske osebine. Na slici (b) dani su vertikalni presjeci proizvodne površine i vidi se da uz zadane utroške $x_2^{(i)}$ krivulja proizvodnje ima konačne maksimume. Slika (c), koja predstavlja horizontalne presjeke proizvodne površine analitički je najinteresantnija jer prikazuje različite kombinacije faktora s kojima se mogu postići zadane vrijednosti proizvodnje, $y^{(i)}$. Linije koje prikazuju te kombinacije zovu se izokvante. Dijelovi izokvante izmedju linija g_1 i g_2 predstavljaju dijelove proizvodne površine za koju faktori imaju pozitivne marginalne proizvode. Van tog područja marginalna proizvodnost faktora je negativna. Na taj način g_1 i g_2 predstavljaju grebene proizvodne površine. I na kraju slika (d) za fiksirani $x_2^{(3)}$ prikazuje prosječni i marginalni proizvod, $SP = \frac{f(x_1, \bar{x}_2)}{x_1}$ i $MP = f_1(x_1, x_2)$, faktora x_1. Krivulja marginalnog proizvoda, naravno, siječe krivulju prosječnog proiz-



a) Proizvodna površina

b) Vertikalni presjeci proizvodne površine

d) Prosječni i marginalni proizvod faktora x_1 uz dani $x_2^{(3)}$

c) Izokvante i linije grebena (horizontalni presjeci proizvodne površine)

Sl. 1.1 Dvofaktorska proizvodna površina i njeni presjeci

voda u tački njenog maksimuma ($x_1 = c$). Marginalni proizvod pada na nulu u tački koja odgovara grebenu proizvodne površine ($x_1 = a_3$). Marginalni proizvod postizava maksimum u nekoj tački $b < c < a_3$.

Izokvantu smo definirali kao krivulju svih onih kombinacija faktora koje daju isti proizvod

$$f(x_1, x_2) = \bar{y} \qquad \ldots 1.5)$$

Tada iz postulata nenegativnih marginalnih proizvoda u intervalu racionalnih odluka slijedi da izokvante imaju negativni nagib

$$f_1\, dx_1 + f_2\, dx_2 = d\bar{y} = 0 \qquad \ldots 1.6)$$

$$dx_2 = -\frac{f_1}{f_2}\, dx_1$$

Iz postulata opadajućih prinosa slijedi da su izokvante konveksne prema ishodištu. Nagib izokvante predstavlja marginalnu stopu supstitucije, S, jednog faktora drugim u održanju konstantne proizvodnje. Izraz za $\underline{S}$ slijedi iz (1.6)

$$S = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\partial y/\partial x_1}{\partial y/\partial x_2} \qquad \ldots 1.7)$$

Ukoliko dodje do supstituiranja faktora x_1 faktorom x_2 tada će f_1 porasti a f_2 pasti što dovodi do povećanja $\underline{S}$. Opadajući prinosi reflektiraju se u povećavanju marginalne stope supstitucije što implicira konveksnost izokvante. Isti rezultat može se dobiti i direktno

$$\frac{d^2x_2}{dx_1^2} = \frac{d}{dx_1}\left(-\frac{f_1}{f_2}\right) = -\frac{\left(f_{11} + f_{12}\frac{dx_2}{dx_1}\right) f_2 - \left(f_{12} + f_{22}\frac{dx_2}{dx_1}\right) f_1}{f_2^2} > 0 \qquad \ldots 1.8)$$

Iz ranijih postulata proizlazi $f_{11}, f_{22}, \frac{dx_2}{dx_1} < 0, f_1, f_2, > 0$. Unakrsna derivacija f_{12} je pozitivna jer povećanje faktora x_2 dovodi do supstitucije faktora x_1 uslijed čega se povećava njegov marginalni proizvod. Na taj način prva zagrada je negativna a druga pozitivna i tako je uslov konveksnosti zadovoljen.

Ako spojimo tačke istih nagiba izokvanti dobivamo izokline, koje definiramo ovako

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -k, \quad \frac{dx_1}{dx_2} = -h \qquad \ldots 1.9)$$

Tako dugo dok su k, h > 0 nalazimo se u području racionalnih odluka. U tom području, naime, povećanje utroška jednog faktora omogućava da se utrošak drugog faktora smanji a da se proizvodnja ne promijeni. Medjutim, u području k, h < 0 za održavanje iste proizvodnje potrebno je kod povećanja utroška jednog faktora povećati i utrošak drugog, što znači da onaj prvi ima negativnu marginalnu produktivnost. Granični slučaj nastupa za k = h = 0

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{dx_1}{dx_2} = 0 \qquad \ldots 1.10)$$

a to je definicija grebena proizvodne površine.

Sad možemo još razmotriti i problem tršišne ravnoteže. Ako su cijene faktora fiksirane, onda jednadžba troškova izgleda ovako

$$T = p_1 x_1 + p_2 x_2 + c \qquad \ldots 1.11)$$

gdje su p_1 i p_2 cijene faktora dok c predstavlja fiksne troškove. U ravnotežnoj situaciji treba minimirati troškove uz tehnološke restrikcije koje postavlja proizvodna funkcija. Formiramo Lagrangeovu funkciju

$$\emptyset\,(x_1, x_2) = p_1x_1 + p_2x_2 + c - \lambda\left[f(x_1, x_2) - \bar{y}\right]$$

i potražimo njene ekstreme

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial x_1} = p_1 - \lambda f_1 = 0$$

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial x_2} = p_2 - \lambda f_2 = 0$$

odakle slijedi potreban uslov za ekstrem

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{f_1}{f_2} = S \qquad \ldots 1.12)$$

omjer marginalnih proizvoda faktora - marginalna stopa supstitucije - mora odgovarati cijenama faktorama. Uslov za stabilnost ravnoteže

$$\frac{\partial^2\emptyset}{\partial x_1^2} = -\lambda f_{11} > 0 \therefore f_{11} < 0$$

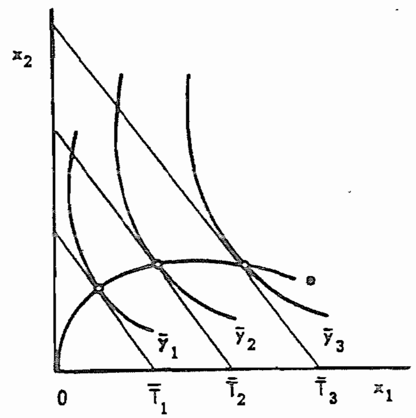
$$\ldots 1.13)$$

$$\frac{\partial^2\emptyset}{\partial x_2} = -\lambda f_{22} > 0 \therefore f_{22} < 0$$

zahtijeva opadanje marginalnih prinosa tj. konveksnost izokvanti.

Isti rezultat možemo i geometrijski izvesti. Ako troškove iz (1.11) fiksiramo kao $\bar{T}$, onda mijenjanjem $\bar{T}$ dobivamo familiju pravaca istih troškova, gdje je $\bar{T}$ dano kao parametar

$$x_2 = \frac{\bar{T} - c}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\, x_1 \qquad \ldots 1.14)$$



Sl. 1.2 Putanja ekspanzije

Iz (1.14) i (1.12) proizlazi da je uslov za minimiranje troškova taj da se odabere ona kombinacija faktora koja omogućuje tangentnost izokvante i pravca istih troškova. Budući da kod fiksnih cijena svi pravci istih troškova imaju isti nagib, e predstavlja izoklinu. To je posebna izoklina po kojoj se vrši ekspanzija proizvodnje (uz dane cijene faktora) te se stoga zove putanja ekspanzije.

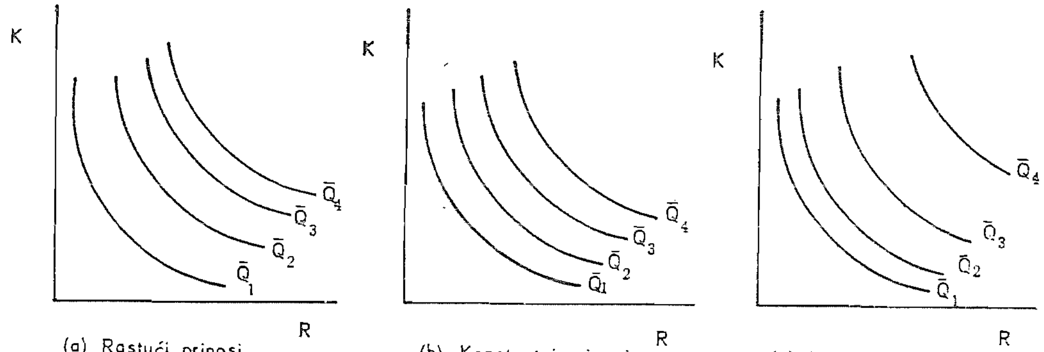
2. Apstraktna tehnologija

Proizvodna funkcija odražava odredjeni tip tehnologije. Ono što će nas u daljoj analizi prvenstveno zanimati jest mijenjanje te tehnologije, tehnološki progres. U vezi s tim u ekonomskoj analizi upotrebljava se odredjeni skup elemenata koje M. Brown naziva apstraktnom tehnologijom.*) Od Brown-a preuzimam i obradu apstraktne tehnologije, koja uključuje slijedeće elemente: efikasnost tehnologije, ekonomiju obima, kapitalnu opremljenost rada i elastičnost supstitucije. Sada je ujedno vrijeme da za naša dva opća faktora proizvodnje utvrdimo ekonomski sadržaj. To su rad (R) i sredstva, kapital (K).

Efikasnost tehnologije je to veće što je veći proizvod koji se dobiva iz dane količine resursa. U procesu proizvodnje utrošci se transformiraju u proizvod i sa tehničkim progresom transformacioni koeficijenti se povećavaju. Tehnički progres potiskuje izokvante u smjeru ishodišta.

Ekonomija obima može biti interna, ograničena na izolirani proizvodni proces, ili eksterna s uključivanjem svih indirektnih efekata na privredu u cjelini. S povećanjem obima proizvodnje efikasnost tehnologije može se povećavati, ostajati ista ili se smanjivati. U prvom slučaju imamo rastuće prinose, u drugom konstantne, a u trećem opadajuće. Ta tri moguća slučaja lako se prikazuju i izokvantnim aparatom.

*) Op. cit., s. 12.



(a) Rastući prinosi (b) Konstantni prinosi (c) Padajući prinosi

Sl. 2.1 Promjenljivi prinosi faktora proizvodnje

Kod rastućih prinosa za podjednaka povećanja proizvodnje (ΔQ_i = const) pomaci izokvanta postaju sve manji, kod konstantnih prinosa ti su pomaci jednaki, kod opadajućih oni postaju sve veći. Ekonomija obima se ponekad izražava kao elastičnost produktivnosti, koju definiramo ovako

$$\varepsilon = \frac{dQ}{d\lambda}\;\frac{\lambda}{Q} \qquad \ldots 2.1)$$

gdje λ predstavlja faktor kojim se uvećava utrošak resursa, $K = \lambda K_o$, $R = \lambda R_o$, tako da u proizvodnoj funkciji $Q = f(R, K)$ faktori variraju u istoj proporciji. Prema tome radi se o vertikalnom presjeku kroz proizvodnu površinu Q po pravcu koji u ravnini RK prolazi kroz ishodište i či ji je nagib odredjen konstantnom kapitalnom opremljenošću rada $\frac{K}{R}$ = const. Tri moguća slučaja rada se karakteriziraju ovako

rastući prinosi $\varepsilon > 1$
konstantni prinosi $\varepsilon = 1$
padajući prinosi $\varepsilon < 1$

Diferenciramo li proizvodnu funkciju po λ

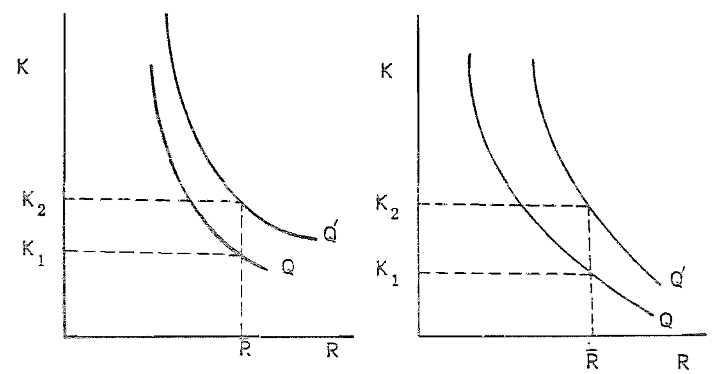
$$\frac{dQ}{d\lambda} = f_R\,\frac{dR}{d\lambda} + f_K\,\frac{dK}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda}\,(f_R R + f_K K)$$

i koristimo li definiciju (2.1), dobit ćemo

$$f_R\,R + f_K\,K = \varepsilon Q \qquad \ldots 2.2)$$

Kod homogenih funkcija stepena t važi $\varepsilon = t$, elastičnost produktivnosti jednaka je stepenu homogenosti.

Kapitalna opremljenost rada (Kapitalni intenzitet tehnologije u anglosaksonskoj literaturi) je pokazatelj koji svoje značenje dobiva iz činjenice što se u modernim privredama sredstva povećavaju brže od broja zaposlenih te tako dolazi do supstitucije rada kapitalom. Kod toga treba imati u vidu da je ta supstitucija rezultat promjene u tehnologiji, a ne u cijenama; ovo potonje smo ispitivali ranije u vezi s ravnotežnim uslovima i marginalnom stopom supstitucije. U privredi se obično oba procesa dešavaju istovremeno, tako da ih je teško identificirati. Tehnologije se mogu razlikovati i u prosječnoj i u marginalnoj kapitalnoj opremljenosti (intenzitetu), kako se to vidi iz narednih grafova.*)



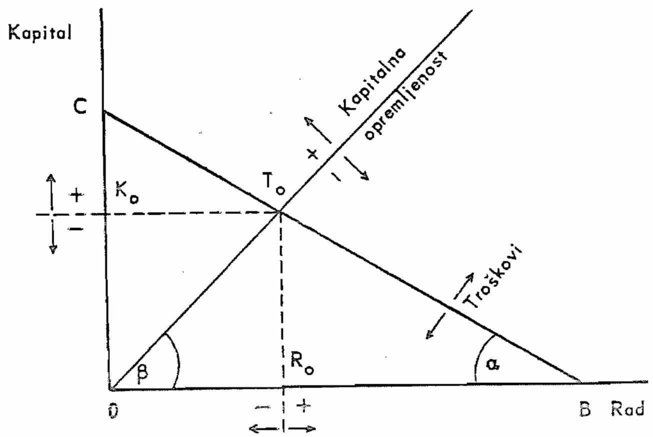
Sl. 2.2 Tehnologije s različitom kapitalnom opremljenošću

Na oba grafa $\frac{K_2}{\bar{R}} > \frac{K_1}{\bar{R}}$ te je stoga prosječni kapitalni intenzitet veći za tehno-

*) Te grafove preuzimam od Browna (op.cit., s. 16). Medjutim, interpretacija Browna je veoma neprecizna i dovodi do zabune.

logije Q'. Te tehnologije osim toga daju i veću proizvodnju, jer se inače ne bi isplatio veći utrošak kapitala. Medjutim, nagib izokvante, koji odražava marginalnu stopu supstitucije $\left(S = -\frac{dK}{dR} = \frac{MP_R}{MP_K}\right)$, strmiji je za Q u prvom, a za Q'u drugom slučaju, pa je tu i $\underline{S}$ veće. Prema tome marginalna jedinica rada supstituira se s više kapitala nego u alternativnim tehnologijama. Na taj način one su marginalno kapitalno intenzivne, granično su veći potrošači kapitala nego alternativne tehnologije.

Odredjeni odnosi mogu se veoma jednostavno rezimirati grafički.*)



Sl. 2.3 Područje tehnološkog progresa

Tačka T_o predstavlja inicijalno upotrebljenu tehnologiju uz kapitalnu opremljenost $\frac{K_o}{R_o} = tg\,\beta$ i uz omjer danih cijena faktora proizvodnje $\frac{P_R}{P_K} = tg\,\alpha$ kako proizlazi i pravca istih troškova $\overline{BC}$. Uz nepromjenjene cijene faktora proizvodnje tehnološki progres može se odvijati jedino unutar trokuta OBC, tj. smanjenjem utroška rada i/ili kapitala odnosno smanjenjem troškova proizvodnje. U području OT_oC kapitalna opremljenost raste kod čega može doći do povećanja ili smanjenja inicijalne kapitalne opremljenosti (radna snaga se ne povećava). U području OBT_o kapitalna opremljenost pada, kod čega može doći do povećanja ili smanjenja početne zaposlenosti (kapital se ne povećava). Prema tome u prvom području tehnički progres je kapitalno intenzivan (radno štedan), u drugom je radno intenzivan (Kapitalno štedan).

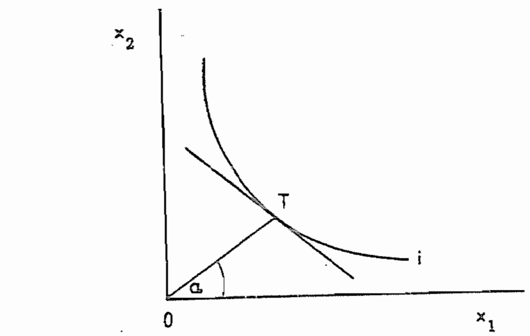
*) A.E.Off, "Production Functions, Technical Progress and Economic Growth", International Economic Papers, 11/1962, s. 114.

Elastičnost supstitucije (σ) mjeri lakoću kojom se jedan faktor supstituira drugim uz održavanje iste proizvodnje. Očigledno je da σ treba tako definirati da $\sigma = \infty$ predstavlja potpunu supstitutabilnost faktora, a $\sigma = 0$ potpunu komplementarnost faktora u procesu proizvodnje. Ranije smo utvrdili kako je konveksnost izokvanta izraz principa rastuće marginalne stope supstitucije, $\underline{S}$. To znači, da kako proces supstitucije odmiče, postaje sve teže zamijeniti jedan faktor drugim. Prirodno je da se pokuša odrediti brzina rasta $\underline{S}$. Za svaki pomak od inicijalne pozicije (x_1, x_2) duž izokvante, $d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$ predstavlja porast (ili pad) upotrebe faktora X_2 u odnosu na X_1. Odgovarajuća promjena u $\underline{S}$ iznosi $dS = d\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$. Elastičnost supstitucije definira se kao proporcionalna promjena omjera faktora u odnosu na proporcionalnu promjenu njihove marginalne stope supstitucije.*)

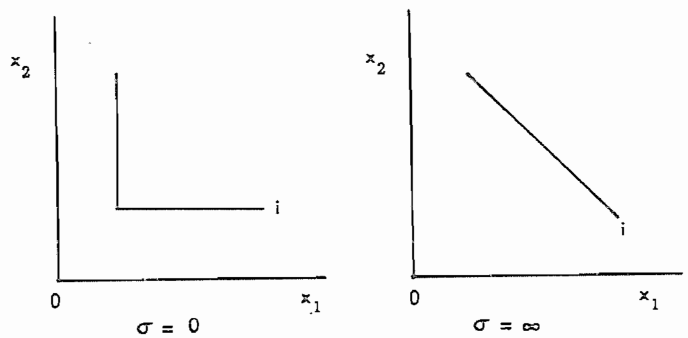
$$\sigma = \frac{\frac{x_1}{x_2}\, d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\frac{1}{S}\, dS} \qquad \ldots 2.3)$$

Geometrijski se elastičnost supstitucije može odrediti kao odnos relativne promjene gradijenta $\overline{OT}$ i relativne promjene gradijenta tangente u T, kad se tačka T pomiče po izokvanti. Odmah je očigledno da će komplementarni faktori imati nultu elastičnost supstitucije, a potpuni supstituti (isti proizvodi) beskonačnu elastičnost.

*) Vidi R.G.D. Allen, Mathematical Analysis for Economists, Macmillan, London, 1953, s. 346.



Sl. 2.4 Grafički prikaz komponenti elastičnosti suptitucije



Sl. 2.5 Perfektna komplementarnost i supstitutabilnost

Da bi se σ mogla lakše izračunati potrebno je definicijski izraz (2.3) donekle transformirati. U tome slijedim R.G.D. Allena,

$$d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)=\frac{x_1 dx_2 - x_2 dx_1}{x_1^2}, \quad dS = \frac{\partial S}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial S}{\partial x_2} dx_2$$

Iz definicije izokvante slijedi

$$dx_2 = -\frac{f_1}{f_2} dx_1 = -S\, dx_1$$

$$\therefore\ d\left(\frac{x_2}{x_1}\right) = -\frac{x_1 S + x_2}{x_1^2} dx_1, \quad dS = -\left(S \frac{\partial S}{\partial x_2} - \frac{\partial S}{\partial x_1}\right) dx_1$$

Proizlazi

$$\sigma = \frac{S}{x_1 x_2} \; \frac{x_1 S + x_2}{S \frac{\partial S}{\partial x_2} - \frac{\partial S}{\partial x_1}} \qquad \ldots 2.4)$$

što se da i dalje urediti.

$$\frac{\partial S}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{f_1}{f_2}\right) = \frac{f_{11} f_2 - f_1 f_{12}}{f_2^2}; \quad \frac{\partial S}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{f_1}{f_2}\right) = \frac{f_{12} f_2 - f_1 f_{22}}{f_2^2}$$

$$\sigma = \frac{f_1 f_2 (x_1 f_1 + x_2 f_2)}{x_1 x_2 F}, \quad F = -\left(f_{11} f_2^2 - 2 f_{12} f_1 f_2 + f_{22} f_1^2\right) \ldots 2.5)$$

Vidi se odmah da je σ simetrična s obzirom na oba faktora, $\sigma_{rs} = \sigma_{sr}$, kao što i treba da bude. Valja uočiti i ovu vezu

$$\frac{d^2 x_2}{d x_1^2} = \frac{d}{dx_1}\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right) = -\frac{d}{dx_1}(S) = S \frac{\partial S}{\partial x_2} - \frac{\partial S}{\partial x_1}$$

Kako $\frac{d^2x_2}{dx_1^2}$ predstavlja zakrivljenost izokvante u tački (x_1, x_2), to iz (2.4) proizlazi da je σ pozitivni umnožak reciproka $\frac{d^2x_2}{dx_1^2}$, tj. elastičnost supstitucije inverzno je proporcionalna zakrivljenosti izokvante. Što se više izokvanta ispravlja što sporije raste marginalna stopa supstitucije jednog faktora drugim, to će veća biti σ. U graničnom slučaju, kad se izokvanta svede na pravac, $\sigma = \infty$ i supstitucija je perfektna. U drugom graničnom slučaju, kad se faktori mogu koristiti samo u fiksnim proporcijama, izokvanta ima pravi kut,

$$\frac{d^2x_2}{dx_1^2} \quad \text{je beskonačno i } \sigma = 0.$$

U slučaju linearne homogene proizvodne funkcije (konstantni prinosi) moguća su pojednostavljenja. Iz Eulerovog teorema

$$x_1\frac{\partial y}{\partial x_1} + x_2\frac{\partial y}{\partial x_2} = y$$

diferenciranjem po x_1 i po x_2 dobivamo kao rezultat

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = -\frac{x_2}{x_1}\frac{\partial^2 y}{\partial x_1\partial x_2}, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} = \frac{x_1}{x_2}\frac{\partial^2 y}{\partial x_1\partial x_2} \qquad \dots 2.6)$$

Kvadratna forma iz (2.5) može se sad pisati ovako

$$F = \frac{f_{12}}{x_1x_2}(x_1^2 f_1^2 + 2x_1x_2 f_1f_2 + x_2^2 f_2^2) = \frac{f_{12}}{x_1x_2}(x_1f_1 + x_2f_2)^2$$

Uvrštavanjem u (2.5) dobivamo

$$\sigma = \frac{f_1 f_2}{(x_1f_1+x_2f_2)f_{12}} = \frac{f_1 f_2}{y f_{12}} \qquad \dots 2.7)$$

Kod tehnologije s konstantnim prinosima σ je inverzno proporcionalna unakrsnoj drugostepenoj parcijalnoj derivaciji proizvodne funkcije.

Možemo sad uočiti i jednu vezu između elastičnosti supstitucije i kapitalne opremljenosti*). Iz (2.3) slijedi, supstituirajući $x_1 = R$ i $x_2 = K$,

$$\frac{dS}{S} = \frac{1}{\sigma}\frac{d(\frac{K}{R})}{K/R}$$

*) M.Brown, op.cit., s.20.

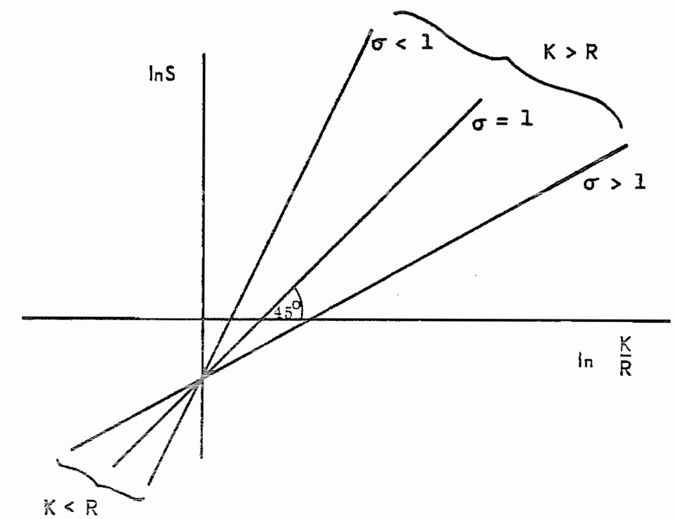
Uzet ćemo da je σ konstantna i tada integrirajući obje strane dobivamo

$$\ln S = \frac{1}{\sigma}\ln\frac{K}{R} + C \qquad \dots 2.8)$$

gdje je C konstanta integracije i ovisi o upotrebljenim jedinicama mjere. Ukoliko se K i R izraze indeksnim brojevima za bazni period dobivamo $C = \ln S_0$ tj. odsječak na osi ordinata jednak je logaritmu marginalne stope supstitucije rada za kapital što uz upotrebljene indeksne brojeve znači elastičnost upotrebe kapitala s obzirom na rad

$(\eta_{KR} = -\frac{dK}{dR}\frac{R}{K} = -\frac{dK}{dR}\frac{100}{100} = S)$.

Unaprijed nije poznato kolika je ta elastičnost ali je vjerojatno da će u ravnotežnoj



Sl. 2.6 Odnosi između marginalne stope supstitucije, kapitalne opremljnosti rada i elastičnosti supstitucije

situaciji biti blizu jedinice. To znači da će $\ln S_0$ biti blizu nule. Radi kasnije analize uzet ću da C ima malu negativnu vrijednost. K i R predstavljaju indekse porasta kapitala i rada u odnosu na neko bazno razdoblje.

Kako proizlazi iz (2.8), nagib pravaca na slici 2.6 predstavlja reciprok elastičnosti supstitucije. Prema tome, kad kapitalna opremljenost rada raste, raste i marginalna produktivnost rada (jer je $S = \frac{MP_R}{MP_K}$) relativno prema marginalnoj produktivnosti kapitala, a stopa tog porasta to je brža što je σ manja.

Moguć je još jedan koristan zaključak. Antilogaritmiranjem izraza (2.8) dobivamo

$$S = c\, k^{\frac{1}{\sigma}}, \quad \sigma \gtreqless 1 \qquad \ldots 2.9)$$

kod čega je $k = \frac{K}{R}$ $C = \text{lnc}$. U poziciji tržišne ravnoteže u konkurentnoj privredi (v. (1.12)) zahtijeva se da marginalna stopa supstitucije bude jednaka omjeru faktorskih cijena, $S = \frac{w}{\pi}$, odnosno

$$\frac{w}{\pi}\,\frac{R}{K} = \frac{w}{\pi}\,k^{-1} = ck^{\frac{1}{\sigma}-1} \qquad \ldots 2.10)$$

A odatle slijedi da jedino za $\sigma = 1$ promjena u kapitalnoj opremljenosti rada ne mijenja relativna učešća faktora u proizvodu (wR predstavlja lične dohotke, a πK akumulaciju i fondove). Kako u stabiliziranim tržišnim privredama faktorska učešća ostaju približno konstantna, to proizvodna funkcija sa $\sigma = 1$ neće biti nerealistična.

II TEHNOLOŠKI PROGRES

3 Marxova analiza promjena u tehničkom i vrijednosnom sastavu kapitala

Tehnološki progres mijenja proizvodnu funkciju. TP u užem smislu povećava produktivnost upotrebljenih resursa - zato se i zove "progres" a ne prosto promjena. U promjenama proizvodnih funkcija nastojimo otkriti odredjene pravilnosti, naročito u pogledu kombinacija faktora proizvodnje i njihovih cijena. Još je Marx uočio značenje činjenice da tehnološki progres povećava kapitalnu opremljenost rada, $\frac{K}{R}$, koju je on nazvao tehničkim sastavom kapitala /K predstavlja masu sredstava tj. vrijednost sredstava u stalnim cijenama, a može pored osnovnih sredstava uključivati i razlike/. U tom smislu tehnološki progres bio je kapitalno potrošan i radno štedan. Marx je takodjer vjerovao da tehnološki progres povećava i vrijednosni (organski) sastav kapitala koji se može definirati alternativno:

$$\omega_1 = \frac{c}{v} = \frac{K}{wR} \quad \text{ili} \quad \omega_2 = \frac{c}{v} = \frac{aK+T}{wR} \qquad \ldots 3.1)$$

gdje je c konstantni, a v varijabilni kapital u Marxovoj notaciji, a je stopa amortizacije, T su troškovi proizvodnje. Marxov c može se tumačiti kao angažirani /K/ ili utrošeni /aK + T/ konstantni kapital, kod čega se ovaj potonji sastoji od amortizacije i troškova proizvodnje*). Ukoliko se pretpostavi jedinični obrt kapita-

*) N. Čobeljić pokazuje zašto je ω_2 neprikladan za analizu rasta i tehnološkog progresa ("Povodom Bajtove definicije organskog sastava," Ekonomist, 3/1961, 421-26/.

la - kao što je to uradio Marx - obje definicije se poklapaju. Medjutim, ta pretpostavka implicira različit period obračuna za svako poduzeće kao i nerealističan način isplate nadnica, tako da je za svrhe makroekonomske analize prikladnija prva definicija, pa ćemo se nje i držati. Ako se pretpostavi da se cijene roba ne mijenjaju, onda ista nadnica w predstavlja nepromjenjenu masu sredstava za život, a porast K ima značenje porasta mase sredstava za proizvodnju. Bez pretpostavke o valorizaciji roba u stalnim cijenama ne bismo mogli utvrditi kretanje realne najamnine, koja je mjerodavna za vrijednost radne snage; pad w mogao bi značiti i pad i porast cijena radne snage mjerene robama potrebnim za njenu reprodukciju, a tehnički sastav kapitala bilo bi u princupu nemoguće izraziti. Uz pretpostavku da se produktivnost rada u prvom i drugom odjeljku podjednako povećava, vrijednosni sastov - kao omjer - ostaje invarijantan na zamjenu stvarnih cijena stalnim cijenama, jer nominalna nadnica treba da se smanji u istom omjeru u kom je pojeftinio konstantni kapital.

Marx je smatrao da je povećanje vrijednosnog sastava kapitala nužna posljedica povećanja tehničkog sastava.*)

Na to je nonsequitur. Jedan tip promjena u tehničkom sastavu - na primjer povećanje tehničkog sastava - spojiv je s ma kakvim promjenama u vrijednosnom sastavu. Ovaj potonji pored $\frac{K}{R}$ ovisi i o promjenama cijene radne snage, tj. nadnice w, kao i cijena osnovnih sredstava. Marx je vjerovao da će pritisak rezervne armije rada onemogućiti neki značajniji porast nadnice, u kom slučaju porast $\frac{K}{R}$ dovodi neizbežno do porasta $\frac{c}{v}$. Medjutim, Marx je takodjer vjerovao da postoji tendencija pada profitne stope, koju on definira kao $\mu = \frac{m}{c + v}$, ali koju bi u skladu sa

*) "... uvećanje opsega sredstava za proizvodnju, naspram radne snage koja im je pripojena, izražava porast proizvodnosti rada. Uvećanje ove poslednje ispoljava se dakle u opadanju mase rada u odnosu prema masi sredstava za proizvodnju koja sredstva ta masa rada pokreće... Ova promjena u tehničkom sastavu kapitala, uvećavanje mase sredstava za proizvodnju prema masi radne snage koja im daje života, odražava se u njegovom sastavu vrijednosti, u uvećanju postojanog sastavnog dijela kapital-vrijednosti na račun njenog promjenljivog sastavnog dijela... Ovaj zakon rastućeg uvećavanja postojanog dijela kapitala, u odnosu prema promjenljivom, potvrdjuje se na svakom koraku... uporednim proučavanjem robnih cijena..." /podvukao Marx, Kapital I, Kultura, Zagreb, 1947, 551-52/.

definicijom tehničkog i vrijednosnog sastava *) trebalo definirati kao $\mu = \frac{m}{c}$ /kod čega se c i opet može dvostruko interpretirati: kao stok ili kao tok; prva interpretacija ima više ekonomskog smisla/. Uzmimo radi jednostavnosti da profitna stopa i nadnica ostaju približno konstantni. Budući da se finalni proizvod privrede raspada na dobit i platni fond

$$Y = \pi K + w R \qquad \text{... 3.2)}$$

a $\frac{K}{R}$ se po pretpostavci /i u skladu sa empirijskim zapažanjima/ povećava, to /uz danu radnu snagu/ čitavo povećanje proizvodnje dolazi samo od akumuliranja kapitala približno iste efikasnosti. Ukoliko ne bi bilo tehnološkog progresa, povećanje tehničkog sastava $\frac{K}{R}$ moralo bi zbog zakona opadajućih prinosa smanjiti marginalnu efikasnost kapitala, a s njom, u uslovima konkurencije, i π; a i to tek nakon što su iscrpljene rezerve radne snage. Proizlazi da je u Marxovom zaključivanju bio impliciran jedan veoma specijalan slučaj tehnološkog progresa koji je uz institucionalno fiksirano w podizao efikasnost kapitala tačno toliko da se kompenzira efekat supstitucije rada kapitalom. Očigledno je da nema nikakve nužde da dodje do baš takvog, a ne nekog drugog tipa tehničkog progresa.

Ono što se u Marxovo vrijeme stvarno dešavalo, možemo opisati ovako /v. priloge C i D/. Profitna stopa / π / se smanjivala, ili bar nije rasla, nadnica /w/ se

*) U svesku I Marx definira tehnički sastav "razmjerom koji vlada izmedju mase upotrebljavanih sredstava za proizvodnju i količine rada koja se za njihovo upotrebljavanje zahtijeva"; a vrijednosni sastav odredjuje "razmjerom u kojem se kapital dijeli na postojani kapital, odnosno vrijednost sredstava za proizvodnju, i na promjenljivi kapital, odnosno vrijednost radne snage, cjelokupnu vrijednost najamnina" /Kapital I, Kultura, 1947, str. 541/. Te dvije definicije su konzistentne i ja ću ih koristiti. No u svesku III vrijednosni sastav definira se kao odnos cjelokupnog i promjenljivog kapitala, $\frac{c+v}{v}$ /Kapital III, KUltura, Zagreb, 1948, ss. 24,28,43/. Ova nekonzistentnost nema analitičkih posljedica jer se razlomak može pisati i ovako $\frac{c+v}{v} = \frac{c}{v} + 1$, a konstanta 1 ne mijenja rezultate analize. U marksističkoj literaturi nalaze se i druge definicije. Tako se Sweezy-u čini " da je najprikladniji omjer izmedju konstantnog kapitala i ukupnog kapitala" /P.Sweezy, Teorija kapitalističkog razvitka, Naprijed, Zagreb, 1959, s. 78/, to jest $\frac{c}{c+v}$.

povećavala, tehnički sastav kapitala $/\frac{K}{R}/$ se povišavao, a stopa viška vrijednosti $/\frac{\pi K}{wR}/$ ostajala je približno konstantna. Iz ovog posljednjeg slijedi da su nadnice rasle u odnosu na profite istim tempom kojim se povećavala kapitalna opremljenost rada, $\frac{w}{\pi} = b\frac{K}{R}$, gdje je b = 1 u slučaju da je stopa viška vrijednosti $\mu = 100\%$. Vrijednosni sastav kapitala možemo sada ovako izraziti

$$\omega = \frac{K}{wR} = \frac{K}{b\pi K} = \frac{1}{b\pi} \qquad \ldots 3.3)$$

odakle proizlazi: /a/ vrijednosni sastav kapitala ostaje nepromjenjen ukoliko se ne mijenja profitna stopa i /b/ vrijednosni sastav se povećava ukoliko se profitna stopa smanjuje. Ovo potanje predstavlja Marxov slučaj.

Nakon Prvog svjetskog rata imamo, medjutim, drugačija kretanja. Kapitalni koeficijent $/\frac{K}{Y}/$ se smanjuje, učešće ličnih dohodaka u proizvodu $/\frac{wR}{Y}/$ se povećava /v. priloge C i D/. Vrijednosni sastav kapitala možemo izraziti kao omjer kapitalnog koeficijenta i učešća ličnih dohodaka

$$\omega = \frac{K}{wR} = \frac{K/Y}{wR/Y}\,. \qquad \ldots 3.4)$$

Kako se brojnik smanjuje a nazivnik povećava, to onda proizlazi da se vrijednosni sastav kapitala snižava. Marxov slučaj dobivamo kad uzmemo u obzir da nazivnik ostaje konstantan, a brojnik /kapitalni koeficijent/ se povećava. Prema tome u XIX. vijeku tehnološki progres dovodio je do povišavanja vrijednosnog sastava kapitala, u XX. vijeku do snižavanja.

Od interesa je još nekoliko napomena. Vrijednosni sastav kapitala može se izraziti kao omjer stope viška vrijednosti

$$\mu = \frac{m}{v} = \frac{\pi K}{wR} \quad \text{i profitne stope*)} \quad \pi = \frac{m}{c}$$

$$\omega = \frac{K}{wR} = \frac{\pi K}{wR} \cdot \frac{1}{\pi} = \frac{\mu}{\pi} \qquad \ldots 3.5)$$

Ukoliko bi bilo tačno da se vrijednosni sastav povećava, onda bi uz istu stopu viška vrijednosti profitna stopa morala padati. Već je napomenuto da je Marx izveo taj zaključak i formulirao ga u zakonu tendencijskog padanja profitne stope**). On je smatrao, očigledno ne vodeći dovoljno računa o razlici izmedju fizičke mase robe i njihove vrijednosti, da iz veće mase sredstava za proizvodnju na jednog radnika slijedi i veća vrijednost sredstava za proizvodnju na dinar platnog fonda /tj. više opredmećenih radnik-dana na jedan radnik-dan živog rada/ pa da iz smanjenja $\frac{R}{K}$ slijedi i smanjenje viška vrijednosti /koji je funkcija broja radnika/ u odnosu na kapital to jest smanjenje profitne stope***). U okviru ovog rezoniranja stopa viška

*) Isti rezultat dobiva se i uz alternativne definicije vrijednosnog sastava $\omega^* = \frac{c+v}{v}$, stope viška vrijednosti
$\mu^* = \frac{m}{v}$ i profitne stope $\pi^* = \frac{m}{c+v}$,
$\omega^* = \frac{c+v}{v} = \frac{c+v}{m} \cdot \frac{m}{v} = \frac{\mu^*}{\pi^*}$

**) "... ovo postepeno rastenje postojanog kapitala u odnosu prema promjenljivom nužno mora imati za rezultat postepeno padanje opće profitne stope pri nepromijenjenoj stopi viška vrijednosti (podvukao Marx)... Medjutim se, kao zakon kapitalističkog načina proizvodnje, pokazalo da s njegovim razvijanjem nastupa relativno opadanje promjenljivog kapitala u odnosu prema postojanom" /Kapital III, Kultura, Zagreb, 1948, s. 178/.

***) "Pošto masa primijenjenog živog rada stalno opada u odnosu premo masi opredmećenog rada koji on pokreće, prema proizvodno utrošenim sredstvima za proizvodnju, to i onaj dio tog živog rada koji je neplaćen, koji se opredmećuje u višku vrijednosti, mora biti stalno sve manji u odnosu prema opsegu vrijednosti cjelokupnog primijenjenog kapitala. A ovaj odnos mase viška vrijednosti prema vrijednosti cjelokupnog primijenjenog kapitala sačinjava profitnu stopu, i stoga ova mora stalno padati". /Kapital III, s. 179/. "Relativno opadanje promjenljivog i uvećavanje postojanog kapitala, ma da oba dijela apsolutno rastu, jest... samo drukčiji izraz za uvećanu proizvodnost rada" /ibid. s. 182/. "Profitna stopa ne pada zato što se radnik manje eksploatira, nego zato što se u odnosu prema primjenjenom kapitalu upotrebljava uopće manje rada" /ibid. s. 210/.

vrijednosti pojavljuje se kao konstantna, bilo da se radi o pretpostavci bilo o zaključku. Medjutim, ako institucionalni okviri drže nadnicu na egzistencijskom minimumu, a produktivnost rada raste zbog tehničkog progresa, onda nužno i stopa viška vrijednosti mora rasti, a tada i uz rastući vrijednosni sastav profitna stopa može čak rasti.

Marx nije previdio ovakvu medjuuslovljenost. On dozvoljava mogućnost porasta realne nadnice. Medjutim, on pretpostavlja, a da pretpostavku ne obrazlaže, da nadnica "ne raste nikad u razmjeru s proizvodnošću rada" /Kapital I, s. 533/. Zbog toga se vrijednosni sastav povećava doduše sporije od tehničkog ali se ipak povećava.*) Vjerujući da profitna stopa ima tendenciju pada, Marx uočava nekoliko uzroka sa suprotnim djelovanjem uslijed čega se padanje profitne stope ublažava. To je prije svega povišenje stepena eksploatacije rada /stope viška vrijednosti/; no to povišenje po Marxovom mišljenju ne kompenzira porast vrijednosti konstantnog kapitala.**)

---

*) "Ali opadanje promjenljivog dijela kapitala prema postojanome... pokazuje samo približno promjenu izvršenu u sastavu njegovih materijalnih sastavnih dijelova... Razlog je naprosto u tome što rastuća proizvodnost rada ne samo da uvećava opseg sredstava za rad koja rad troši, nego im i snižava vrijednost u odnosu prema opsegu... Stoga se razlika izmedju postojanog i promjenljivog dijela kapitala mnogo manje uvećava nego razlika izmedju mase sredstava za proizvodnju u koju se preobraća postojani kapital i mase radne snage u koju se preobraća promjenljivi kapital" /podvukao Marx; Kapital I, ss. 552-53/. Zaključivanje u ovom odlomku je neprecizno, jer se ništa ne kaže o kretanju realne nadnice. Ukoliko bi vrijednosna nadnica ostala ista onda bi se /uz pretpostavku iste produktivnosti u oba odjeljka /realna nadnica povećala u istom omjeru u kom i masa kapitala te bi vrijednosni sastav ostao nepromjenjen. Stoga odlomak očigledno implicira /nedokazanu/ pretpostavku da se realna nadnica povećava sporije od produktivnosti rada.

**) "Inače smo već dokazali - i u tome je prava tajna tendencijskog padanja profitne stope - da postupci za proizvodjenje relativnog viška vrijednosti uglavnom izlaze na ovo: s jedne strane, pretvoriti od neke dane mase rada što je više moguće u višak vrijednosti, a s druge strane, upotrebiti uopće što je moguće manje rada u odnosu prema predujmljenom kapitalu; tako da isti razlozi koji dopuštaju da se podigne stepen eksploatacije rada, ne dopuštaju da se s istim cjelokupnim kapitalom eksploatira isto onoliko rada koliko prije". /Kapital III, s 197-98/.

Zatim je to obaranje nadnice ispod njene vrijednosti, što po Marxovom mišljenju nema nikakva posla s općom analizom kapitala, ali predstavlja jedan od najznačajnijih uzroka koji zadržavaju tendenciju profitne stope da pada. Treći važniji uzrok trebalo bi da bude pojeftinjavanje elemenata postojanog kapitala, no to je opet neprecizno rečeno jer nije specificirano šta se dešava s nadnicom ili viškom vrijednosti.

Zanimljivo je da je jedan Marxov analitički instrument, stopa viška vrijednosti $\mu = \frac{m}{v} = \frac{\pi K}{wR}$, našao široku primjenu u suvremenoj analizi tehničkog progreso gdje se omjer viška vrijednosti i varijabilnog kapitala tretira kao omjer učešća kapitala i rada u proizvodu. U uslovima perfektne konkurencije ta učešća jednaka su umnošcima marginalne produktivnosti i količina faktora. Procjene narodnog dohotka pokazuju da su ta učešća ostala približno konstantna /uz cikličke oscilacije/ u XIX. stoljeću, što uz padajuće π dovodi do porasta vrijednosnog sastava kapitala što smo već utvrdili. Sad bismo još mogli dodati da statistički podaci pokazuju /v. Prilog C, tabela C-2/ kako je - uz pretpostavku da se čitav dohodak poduzetnika uključi u višak vrijednosti - u Marxovo vrijeme u Engleskoj stopa viška vrijednosti bila ne samo konstantna, već je iznosila oko $\mu = 100\%$, što je vrijednost koju je Marx obično koristio u svojim primjerima.

U vezi s interpretacijom Marxove analize tehnološkog progresa - koja ga je dovela do formuliranja zakona porasta vrijednosnog sastava kapitala i zakona tendencijskog padanja profitne stope - može se konstatirati slijedeće. Iz usputnih Marxovih napomena proizlazi da je on studirao privrede u kojima je početna industrijalizacija dovela do zamjene ručnog rada mašinama i povećanja udjela konstantnog kapitala u cijeni roba. S porastom fiksnog kapitala, raniji veliki profiti počeli su se relativno smanjivati. Industrijalizacija je dovela do masovnog exodusa radne snage sa sela i velike nezaposlenosti koja je kočila porast nadnica. Ta slika odgovara onome što znamo i o suvremenim nerazvijenim privredama koje se počinju industrijalizirati. U tim uslovima pretpostavka konstantne stope viška vrijednosti - koju Marx ne obrazlaže, ali smo utvrdili kao empirijsku konstantu čije zadovoljavajuće rješenje još nije dano - konzistentna je s opadajućom profitnom stopom i rastućim vrijednosnim sastavom, kako to proizlazi iz izraza /3.5/. Ukoliko su empirijske činjenice tačno uočene - a čini se da jesu - Marx je onda opisao jedan specijalni tip kapitalno potrošnog tehnološkog progresa. No to nije jedini mogući tip, a zakoni koje je Marx pokušao izvesti ne slijede nužno iz početne konstatacije o rastućem tehničkom sastavu kapitala*).

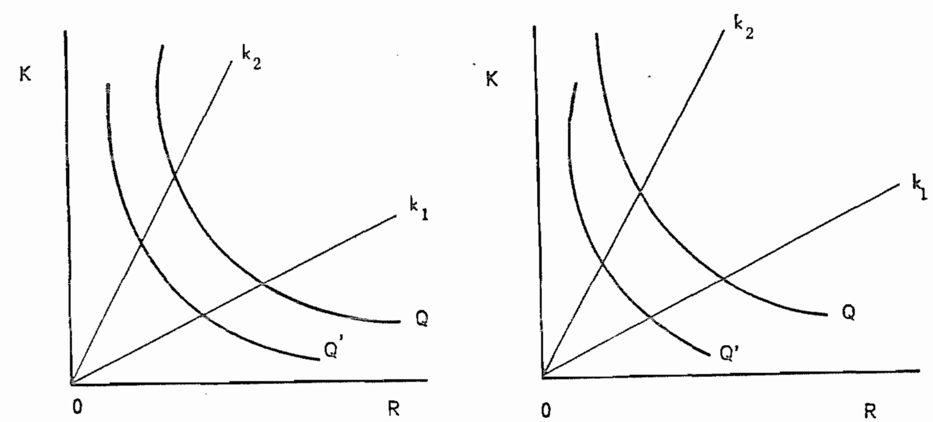
Ispitivanje Marxove analize indiciralo je - makar je ta analiza izvršena prije jednog stoljeća - bitne probleme suvremenog teorijskog istraživanja tehnološkog progresa. Empirijska je činjenica da se kapitalna opremljenost rada - Marxov tehnički sastav - povećava. No ta je činjenica nedovoljna za plodno istraživanje tehničkog progresa. Pored toga dva različita tipa promjena u kombinacijama faktora proizvodnje - jedan se odnosi na promjenu tehnologije /dakle na TP/, a drugi na supstituciju uslijed promjene relativnih cijena što je opet rezultat diferencijalne oskudice faktora - ne mogu se ekonometrijski direktno odrediti. Da bi se efekti tehnološkog progresa i supstitucije mogli razdvojiti, potrebno je na odredjenoj teorijskoj osnovi konstruirati proizvodne funkcije /a i tada identificiranje često nije moguće/ s odredjenim tipovima TP. Pokazalo se korisnim da se za tu svrhu tehnološki progres klasificira kao neutralan, kapitalno potrošni i kapitalno štedni. U literaturi su do sada obradjena tri različita tipa neutralnog TP koji se prema njihovim autorima nazivaju Hicksova, Harrodova i Solowljeva neutralnost. U upravo izvršenom ispitivanju Marxovog pristupa implicitno je sadržan i četvrti tip koji ću nazvati Marxovom neutralnosti.

---

*) Iz te su konstatacije mnogi marxisti kasnije izveli - a neki to rade i danas- još jedan pogrešan zakon, naime onaj o bržem razvoju odjeljka I /proizvodnja sredstava za proizvodnju/od odjeljka II /proizvodnja predmeta potrošnje/. Vidi npr. M. Korać i T. Vlaškalić, Osnovi političke ekonomije /Rad, Beograd/ i R. Stojanović, Teorija privrednog razvoja u socijalizmu /Naučna knjiga, Beograd/. Usporedi Prilog B.

4. Tipovi neutralnosti tehnološkog progresa

Hicksova neutralnost zahtijeva da tehnički progres ne mijenja marginalnu stopu supstitucije (omjer marginalnih proizvoda faktora $S = \frac{f_R}{f_K}$) za danu kapitalnu opremljenost rada, $k = \frac{K}{R}$. Geometrijski to znači da se izokvante primiču ishodištu tako da tangente na izokvante na radij-vektorima iz ishodišta imaju iste nagibe, tj. radij-vektori predstavljaju izokline.



a) Neutralni TP

b) Kapitalno štedni TP

Sl. 4.1 Hicksov TP

A algebarski to znači da proizvodna funkcija ostaje nepromjenjena i samo se množi jednim faktorom (funkcijom), A, koji odražava intenzitet tehnološkog progresa

$$Q = A\ f(R,K) \qquad \ldots 4.1)$$

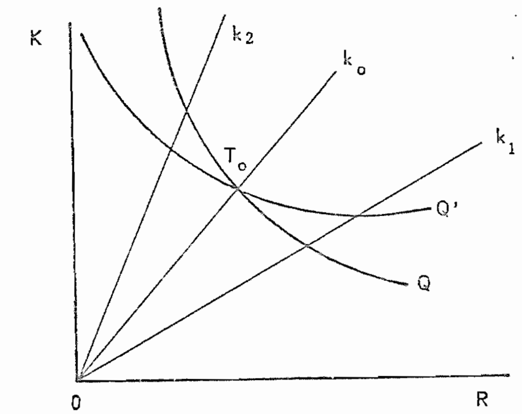
Od četiri elementa apstraktne tehnologije dva - promjene u efikasnosti tehnologije i u ekonomiji obima - imaju neutralni karakter.

Pristrasan tehnički progres mijenja i samu proizvodnu funkciju. Na grafu (4.1b) za svaku danu kapitalnu opremljenost, k_i, kretanjem po radij-vektoru k_i prema ishodištu, marginalna stopa supstitucije kapitala za rad, S, se povećava odnosno marginalni proizvod kapitala smanjuje se relativno prema marginalnom proizvodu rada (proizlazi iz $-\frac{dK}{dR} = \frac{f_R}{f_K}$). Prema tome, uz nepromjenjene relativne cijene faktora, relativno će se smanjiti upotreba kapitala u Q′ u odnosu na Q, te je tako Q′ relativno kapitalno štedna (radno potrošna) tehnologija. Štedi se onaj faktor čija se marginalna proizvodnost relativno smanjuje.

Promjena marginalne stope supstitucije kod pristrasnog T P znači da se mijenja faktorska potrošnost i/ili elastičnost supstitucije. Što se one prve tiče treba imati u vidu slijedeće. Ukoliko dodje do relativnog povećanja marginalnog proizvoda kapitala (do pada MSS kapitala za rad), povećat će se upotreba kapitala i takva tehnologija povećava kapitalnu opremljenost rada. Na taj način kapitalno potrošni tehnički progres pojavljuje se kad nova tehnologija postaje kapitalno intenzivnija.

Iz grafa (2.6) vidi se veza izmedju elastičnosti supstitucije i marginalne stope supstitucije kapitala za rad ($S = \frac{dK}{dR}$). U privredi u kojoj se kapital povećava brže od rada ($\ln \frac{K}{R} > 0$), što je normalni slučaj, povećavanje σ smanjuje S tj. povećava relativno marginalni proizvod kapitala. Prema tome u privredi s relativnim obiljem kapitala i olakšavanjem supstitucije izmedju rada i kapitala tehnički progres je kapitalno potrošni. Ekonomska logika očituje se u tome što relativno obilje jednog resursa čini taj resurs relativno jeftinijim i zbog toga tehnički progres koji olakšava supstituciju mora dovesti do veće potrošnje jeftinijeg resursa.

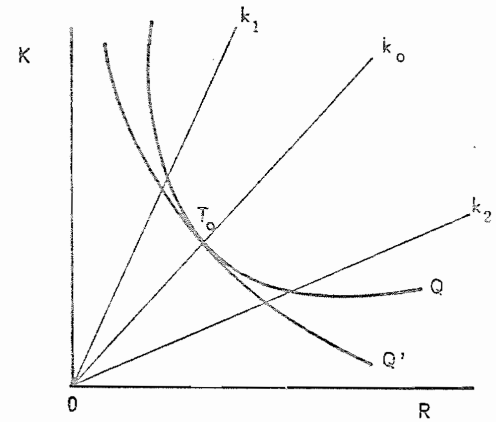
Svaki tehnički progres ne dovodi nužno do relativnog povećanja globalne proizvodnje. Ako nova tehnologija uz danu potrebu faktora nije efikasnija, ali zakreće izokvantu tako da se relativno povećava marginalni proizvod kapitala (smanjuje se S), tada će se proizvodnja relativno povećati jedino ako upotreba kapitala raste brže od upotrebe rada. Na slici 4.2 Q predstavlja staru tehnologiju, Q′ novu, kapitalno potrošniju. To je početna situacija. Uzduž radij vektora kapitalna opremljenost je jednaka, no za k_2 ona je veća nego za k_1. Vidi se da je za k_2 - gdje je upo-



Sl. 4.2 Promjene tehnologije okretanjem izokvante

treba K porasla u odnosu na R - izokvanta Q′ ispod Q što znači da u ovom području s istim resursima nova tehnologija može dati veću proizvodnju nego stara. Obrnut zaključak važi za kombinacije faktora k_1.

Ukoliko ostali elementi apstraktne tehnologije ostanu nepromenjeni, a samo se mijenja elastičnost supstitucije, intuitivno je očigledno da će elastičnija izokvanta omogućiti veću proizvodnju. Na slici *) 4.3 opet T_o predstavlja početnu situaciju,



Sl. 4.3 Tehnički progres smanjenjem zakrivljenosti izokvante

*) M.Brown,op.cit.s.24.

Q i Q´ staru i novu tehnologiju. Ukoliko $\frac{K}{R}$ ostaje isto kao u početnoj situaciji, tj. ekspanzija proizvodnje vrši se uzduž radij-vektora k_o, nema razlike u relativnoj proizvodnji. No ukoliko K i R ekspandiraju različitim tempom, Q´ omogućava istu proizvodnju s manjim resursima odnosno veću proizvodnju uz iste resurse.

Harrodova neutralnost zahtijeva da kapitalni koeficijent $\mathcal{K} = \frac{K}{Q}$ ostane nepromenjen kad se ne mijenja profitna stopa odnosno marginalna efikasnost kapitala. Prema tome taj tip tehničkog progresa dovodi samo do povećavanja efikasnosti rada. Budući da se profitna stopa dugoročno mnogo ne mijenja, a i kapitalni koeficijent se pokazao prilično stabilnim u industrijaliziranim zemljama, to taj tip tehničkog progresa nije nerealističan. U uslovima perfektne konkurencije i ako se kao cijena kapitala uzme stopa bruto dobiti, učešće kapitala (pa prema tome i rada) u društvenom proizvodu ostaju konstantni, što je takodjer registrirano u statističkim serijama razvijenih tržišnih privreda.

Proizvodna funkcija koja uključuje neutralni tehnički progres Harrodovog tipa ima ovaj oblik

$$Q = f(K, AR) \qquad \dots 4.2)$$

gdje je A faktor tehničkog progresa. Obično se uzima da je A funkcija vremena i da ima ove osebine, $A = A(t)$, $A(o) = 1$, $A(t) > 1$, $A'(t) > 0$. Vidi se da ovaj tehnički progres uvećava rad *). Stoga se proizvodna funkcija može prikazati na dva načina: s radom izraženim u prirodnim jedinicama (R) kao u (4.2) i s radom izraženim u jedinicama nepromjenjene efikasnosti ($R^* = AR$) kao u (4.3).

$$Q = f(K, R^*) \qquad \dots 4.3)$$

Definicija pristrasnosti tehnološkog progresa u Harrodovom slučaju je očigledna.

*) Općenito se za tehnički progres kaže da uvećava faktore ako se proizvodna funkcija $f(x_1, x_2, \dots x_n\ t)$ može izraziti u obliku $y[A_1(t)x_1, A_2(t)\ x_2 \dots A_n(t)\ x_n]$ gdje su x_i utrošci a t je vrijeme. TP "uvećava" faktore time što povećava efekat upotrebe faktora. TP uvećava samo i-ti faktor ako se $A_i(t)$ povećava dok ostali $A_j(t)$ ostaju nepromjenjeni.

Ukoliko uz nepromjenjenu cijenu (marginalnu efikasnost) kapitala TP vodi do smanjenja kapitalnog koeficijenta, on je kapitalno štedan (radno potrošan) i obrnuto kod povećanja kapitalnog koeficijenta. U uslovima perfektne konkurencije kapitalno štedni TP dovodi do smanjivanja učešća dobiti u dohotku, kapitalno potrošni TP do povećavanja učešća dobiti.

Neutralnost koja se može izvesti iz Marxovog pristupa definirat ću na slijedeći ~~na-slijedeći~~ način: TP je neutralan ukoliko uz nepromjenjenu stopu viška vrijednosti (omjer faktorskih učešća u proizvodu) $\mu = \frac{m}{v} = \frac{\pi K}{wR}$, vrijednosni sastav kapitala $\omega = \frac{K}{w\,R}$ ostaje nepromijenjen. Ukoliko ω raste TP je kapitalno potrošan, ukoliko ω pada TP je kapitalno štedan. Iz $\omega = \text{const.}$ slijedi da u neutralnoj situaciji realna nadnica w raste u istoj proporciji u kojoj i tehnički sastav kapitala (kapitalna opremljenost) $k = \frac{K}{R}$.

Iz definicije neutralnosti, tj. iz konstantnosti μ i ω, proizlazi da su i profitna stopa π kao i kapitalni koeficijent $\mathcal{K} = \frac{K}{Q}$ takodjer konstantni

$$\frac{\mu}{w} = \frac{\pi K}{wR}\ \frac{R}{K} = \pi = \text{const}$$

$$\frac{1}{\mathcal{K}} = \frac{Q}{K} = \frac{\pi K + wR}{K} = \pi + \frac{1}{\omega} = \text{const}$$

Kako su $\mathcal{K} = \text{const}$ uz π je const svojstva Harrodove neutralnosti, proizlazi da je Marxova neutralnost analitički skoro identična s Harrodovom iako proizlazi iz drugačijeg teorijskog okvira. Očigledno je, prema tome, da ta neutralnost takodjer implicira proizvodnu funkciju koja uvećava rad (proizvodnu snagu rada, kako bi rekao Marx) i da slijede i ostale analitičke konzekvence koje smo izveli za Harrodovu neutralnost. Identičnost izmedju Marxove i Harrodove neutralnosti ipak nije potpuna i o tome treba voditi računa. Marxova neutralnost je definirana tako da učešće rada i kapitala iscrpljuju proizvod. To nije nužno svojstvo te definicije jer konstantnost omjera učešća faktora ostaje nedirnuta i kad učešća ne iscrpljuju proizvod. No kako se u Marxovom teorijskom okviru cjelokupni proizvod raspodjeljuje na rad i kapital (odnosno radnike i kapitaliste), eventualni suficit ili deficit ostali bi ekonomski neobjašnjeni. Za Harrodovu neutralnost iscrpljivanje proizvoda je, kako ćemo kasnije vidjeti, tek posljedica perfektne konkurencije koja implicira konstantne prinose. To takodjer nije nužna posljedica njegove definicije, ali proizlazi iz zadržavanja neoklasičnog postulata o jednakosti marginalnog proizvoda faktora i njegove cijene. Ukoliko prinosi nisu konstantni, Harrodova neutralnost onemogućava iscrpljivanje proizvoda učešćima faktora, a Marxova onemogućuje izjednačavanje faktorskih marginalnih proizvoda i cijena. Uz konstantne prinose obje definicije su analitički potpuno identične.

Solowljevu neutralnost spominjem radi potpunosti. Ona je simetrična Harrodovoj s time da tehnički progres uvećava kapital.

$$Q = f(AK,\ R) \qquad \ldots 4.4)$$

$$\text{ili} \quad Q = f(K^*,\ R) \quad K^* = AK \qquad \ldots 4.5)$$

Ova funkcija upotrebljava se u analizi opredmećenog tehničkog progresa kad se studiraju efekti različite efikasnosti različitih godišta osnovnih sredstava.

5. Tehnološki progres u uslovima konstantnih prinosa

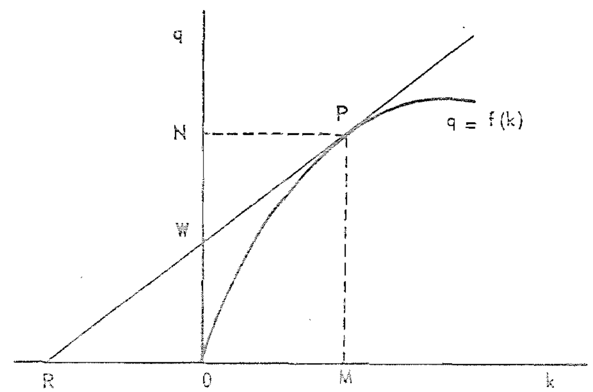
Pretpostavka konstantnih prinosa znatno pojednostavljuje matematičku stranu analize i omogućava izvodjenje odredjenih zanimljivih rezultata. Osim toga empirijska mjerenja pokazuju da to često nije rdjava aproksimacija stvarnosti.

Konstantni prinosi znače linearnu homogenu proizvodnu funkciju. Stoga je moguće pojednostavljenje naše dvofaktorske proizvodne funkcije svodjenjem relevantnih veličina na jedinicu rada

$$Q = F(R, K) = R\, f\left(\frac{K}{R},\ 1\right)$$

Označimo li kapitalnu opremljenost rada $k = \frac{K}{R}$, a produktivnost rada $q = \frac{Q}{R}$, možemo napisati

$$q = f(k) \qquad \ldots 5.1)$$



Sl. 5.1 Linearna homogena proizvodna funkcija

Marginalni proizvodi faktora iz originalne funkcije dani su ovim izrazima

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = R \frac{d}{dk} f(k) \frac{dk}{dK} = Rf'(k) \frac{1}{R} = f'(k) \qquad \ldots 5.2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = f(k)+R \frac{d}{dk} f(k) \frac{dk}{dR} = f(k)+R f'(k)\left(- \frac{K}{R^2}\right) = f(k)-kf'(k) \qquad \ldots 5.3)$$

Formirajmo funkciju dobiti

$$\Pi = pF(K,R) - \pi K - wR$$

gdje π predstavlja cijenu kapitala (profitnu stopu), a w cijenu rada (lični dohodak), a p je cijena proizvoda (prikladnim odabiranjem jedinica mjere može se učiniti $p = 1$). Uslovi za maksimiranje dobiti su prosti:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial R} = F_R - w = 0, \qquad F_R = w \qquad \ldots 5.4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = F_K - \pi = 0, \qquad F_K = \pi$$

marginalni proizvodi faktora jednaki su njihovim cijenama. U poziciji ravnoteže uz konstantne prinose (kad važi Eulerov teorem), neto dobit isčezava

$$\Pi_{max} = F(K,R) - F_K K - F_R R = 0$$

a proizvod je potpuno raspodijeljen na rental kapitala i lične dohotke

$$Q = \pi K + wR \qquad \ldots 5.5)$$

Iz (5.2) - (5.5), kod perfektne konkurencije uz maksimiranje dohotka za per capita varijable slijede ove veze

$$\begin{aligned} \pi &= f'(k) \\ w &= f(k) - kf'(k) \\ q &= \pi k + w \end{aligned} \qquad \ldots 5.6)$$

Na slici * 5.1 P predstavlja tačku optimuma gdje je

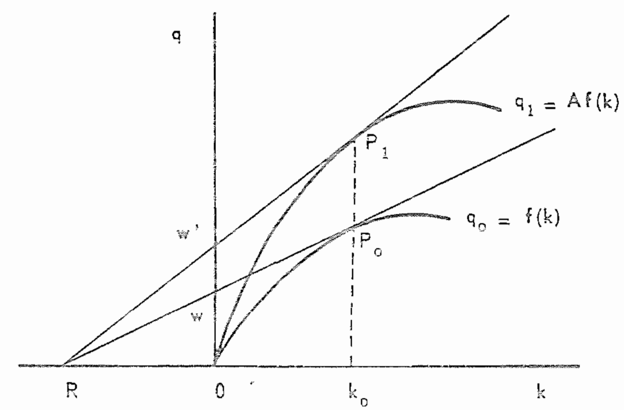
$$\pi = f'(k) = \frac{WN}{OM} = \frac{WN}{k}$$

$$w = q - \pi k = ON - WN = 0\,W$$

$$\pi = \frac{OW}{OR} = \frac{w}{OR} \quad \therefore \quad OR = \frac{w}{\pi}$$

Profitna stopa (π) dana je tangentom u tačci optimuma, dohodni stav (w) odsječkom tangente na ordinati OW, odsječak tangente na apscisi OR predstavlja omjer cijena faktora ($\frac{w}{\pi}$), a dobit po zaposlenom (πk) predstavlja komplement odsječku na ordinati, WN. Ako je dan dohodni stav w, onda su π, q i k određeni proizvodnom funkcijom za koju se pretpostavlja da ima poželjna svojstva raspravljena u poglavlju 1.

Uvest ćemo sada tehnički progres u našu proizvodnu funkciju. Neka je TP neutralan



Sl. 5.2 Hicksova neutralnost TP-a kod linearne homogene proizvodne funkcije

* Prema R.G.D. Allen, Macro-Economic Theory, Macmillan, London, 1967, s.47.

Hicksovog tipa. To znači da za svaku danu kapitalnu opremljenost rada, $k = \frac{K}{R}$,
omjer marginalnih proizvoda faktora, pa prema tome i njihovih cijena, mora ostati nepromjenjen*, $\frac{w}{\pi} = \frac{w'}{\pi'} = OR$. Tehnički progres pomiče proizvodnu funkciju prema gore po faktoru A. Uz dani k_0 zajedno s q istim faktorom se povećavaju i marginalni proizvodi faktora odnosno njihove cijene (5.6).

Ako je TP neutralan Harrodovog ili Marxovog tipa dolazi, kao što znamo, do uvećavanja rada

$$Q = F(K, AR) = F(K, R^*), \quad R^* = AR$$

Izvršimo transformaciju varijabli na jedinicu rada iste efikasnosti

$$q^* = \frac{Q}{R^*} = \frac{Q}{AR} = qA^{-1}$$

$$k^* = \frac{K}{R^*} = \frac{K}{AR} = k\,A^{-1}$$

iz svojstva linearne homogenosti početne funkcije slijedi

$$q^* = f(k^*) \qquad \ldots 5.7)$$

$$q = A\ f(k\,A^{-1}) \qquad \ldots 5.8)$$

Kako je (5.7) po obliku potpuno isto kao (5.1), to će i grafički prikaz biti isti s time što na grafu 5.1 treba upotrebljene varijable zamijeniti s varijablama sa zvjezdicama. U tom smislu u ekonomskoj analizi Harrodova neutralnost tehničkog progresa ima iste konzekvence kao i povećavanje broja zaposlenih.

Marginalni proizvod kapitala i kapitalni koeficijent funkcije su kapitalne opremljenosti jedinice rada iste efikasnosti

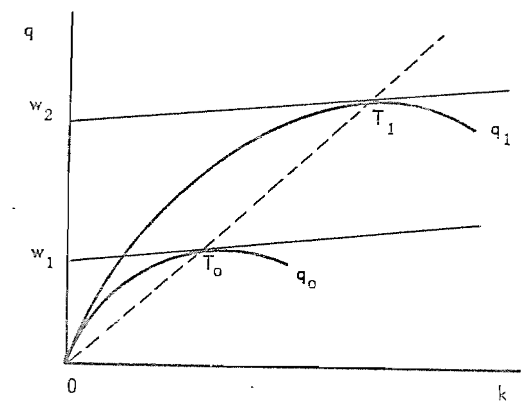
*) Grafikon je preuzet iz F.H. Hahn, R.C.O. Matthews, The Theory of Economic Growth: A Survey", Economic Journal, 1964, s. 826.

$$F_K(R,K) = \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{\partial q}{\partial k} = \frac{\partial q^*}{\partial k^*} = f'(k^*) \qquad \ldots 5.9)$$

$$\kappa = \frac{K}{Q} = \frac{k}{q} = \frac{k^*}{q^*} = \frac{k^*}{f(k^*)} \qquad \ldots 5.10)$$

Prema tome za neutralan TP marginalni proizvod kapitala ostaje konstantan kad god kapitalni koeficijent ostaje konstantan. U uslovima perfektne konkurencije to znači da je profitna stopa π = const kadgod je $\kappa = \frac{K}{Q}$ = const. Tada uz nepromjenjenu profitnu stopu rast $\frac{K}{Q}$ predstavlja kapitalno potrošni TP, a pad kapitalnog koeficijenta kapitalno štedni TP.

Uzevši u obzir svojstva Harrodove neutralnosti, možemo taj tip tehničkog progresa grafički prikazati i u prirodnim jedinicama mjere.



Sl. 5.3 Harrodova neutralnost TP-a kod linearne homogene proizvodne funkcije

Zbog $\frac{K}{Q} = \frac{k}{q}$, nepromjenjeni kapitalni koeficijent zahtijeva da se pomaci proizvodne funkcije vrše po radij-vektorima iz ishodišta; tehnologija q_1 dobiva se radijalnom projekcijom iz tehnologije q_o. U tačkama gdje radij-vektori sijeku proizvodne funkcije nagibi tangenti moraju biti isti, jer marginalni proizvod kapitala ostaje nepromjenjen. Dohodni stav (lični dohoci po zaposlenom) povećava se od w_1 na w_2. Zbog linearne homogenosti cijeli proizvod i opet je raspodjeljen na platni fond i rental

$$Q = w R + \pi K$$

$$q = w + \pi k$$

No za razliku od Hicksovog slučaja, kad su $\underline{w}$ i $\underline{\pi}$ rasli u istoj proporciji u kojoj i $\underline{q}$ (uz konstantni R i K), sad je π (i R) konstantan a w (i K) se povećava u proporciji porasta q , tj. tempom koji odredjuje funkcija tehničkog progresa A. Isti rezultat možemo izvesti i na slijedeći način*

Platni fond je umnožak platnog stava i broja radnika, bilo u prirodnim jedinicama bilo u jedinicama iste efikasnosti

$$W = w R = w^* R^* \qquad \ldots 5.11)$$

Iz $R^* = AR$ slijedi da je platni stav za jedinicu rada nepromjenjene efikasnosti

$$w^* = wA^{-1} \qquad \ldots 5.12)$$

Diferencirajmo (5.8) po vremenu i podijelimo s q

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{f'}{f} \, \frac{d(k A^{-1})}{dt}$$

$$\frac{d(k A^{-1})}{dt} = \dot{k} A^{-1} - k A^{-2} \dot{A} = (\dot{k} - k \frac{\dot{A}}{A}) A^{-1}$$

Iz (5.8) slijedi da je $f = q A^{-1}$. Prema tome

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{A}}{A} (1 - f' \frac{k}{q}) + f' \frac{k}{q} (\frac{\dot{k}}{k}) \qquad \ldots 5.13)$$

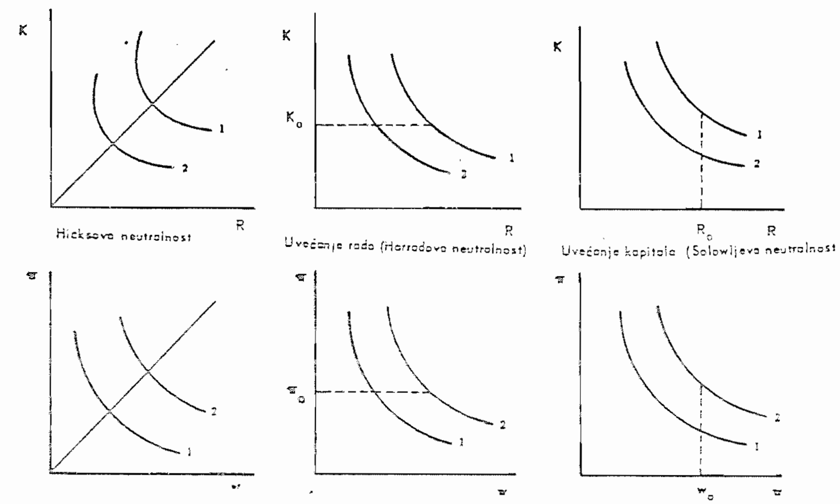
*) Izvod prema R.G.D. Allen, op.cit., ss. 243-44.

Dobiva se linearna veza izmedju stopa rasta per capita proizvoda, tehnološkog progresa i kapitalne opremljenosti rada. Može se postaviti pitanje: uz koji uslov će proizvod po zaposlenom ekspandirati istim tempom kojim i kapitalna opremljenost? Uvrštavanjem zahtjeva $\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{k}}{k}$ u (5.13) dobivamo odgovor da će to biti onda kad se i jedan i drugi agregat povećavaju stopom ekspanzije tehničkog progresa.*)

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{A}}{A}$$

Odatle slijedi da će ukupni proizvod $\underline{Q}$ i ukupni kapital $\underline{K}$ rasti po stopi $\nu = \frac{\dot{A}}{A} + n$, gdje $\underline{n}$ predstavlja stopu rasta zaposlenosti.

Na kraju možemo i grafički prikazati razlike izmedju tri tipa neutralnog tehnološkog progresa* . Možemo to uraditi pomoću izokvanta i pomoću faktorskih cijena. Uzmemo li Hicksov slučaj - gdje tehnološki progres jednako uvećava efikasnost rada i kapitala - kao kriterij, tada se Harrodov i Marxov slučaj pojavljuju TP koji uvećava rad, a Solowljev kao TP koji uvećava kapital.



Sl. 5.4 Tri tipa neutralnog tehnološkog progresa i odnosa izmedju utroška faktora i izmedju njihovih cijena

*) F.H. Hahn, R.C.O. Matthews, op.cit., s. 830.

U Hicksovom slučaju izokvanta se pomiče prema ishodištu po radij-vektoru u proporciji danoj tehničkim progresom. U Harrodovom slučaju pomicanje je horizontalno ($\frac{K}{Q}$ = const), u Solowljevom slučaju ono je vertikalno ($\frac{Q}{R}$ = const). U Hicksovom slučaju marginalna stopa supstitucije, tj. omjer marginalnih proizvoda (za danu kapitalnu opremljenost) ostaje nepromijenjen pa se faktorske cijene povećavaju u istoj proporciji, tj. u proporciji rasta tehničkog progresa. U Harrodovom slučaju MSS (za dani k) se povećava; budući da MP i cijena kapitala ostaju nepromjenjeni, povećavaju se marginalni proizvod i cijena rada. U slučaju Solowa situacija je simetrična s time što kapital zauzima mjesto rada. Sada proizvodnost rada ostaje konstantna, a marginalni proizvod i cijena kapitala rastu u proporciji tehničkog progresa.

Od tri tipa neutralnosti analitički je najprirodniji Hicksov. TP u tom slučaju uopće ne mijenja proizvodnu funkciju već čitavu proizvodnu površinu potiskuje u pravcu proizvodne osi. Harrodova i Marxova neutralnost izgledaju ekonomski najprirodnije jer odražavaju neku prosječnu tendenciju privrednog razvoja i skreću pažnju na brzinu povećanja kapitalne opremljenosti rada.

LOBLE

6. Neki posebni slučajevi

Ekstremni slučaj konstantnih prinosa predstavljaju fiksni koeficijenti. Supstitucija izmedju faktora je nemoguća i oni se mogu upotrebljavati samo u fiksiranim proporcijama. A fiksni koeficijenti odnose se na faktore izražene u jedinicama iste efikasnosti.

Za Hicksovu neutralnost važi da se produktivnost faktora uvećava u istom omjeru u kom raste i proizvod na jedinicu faktora.

$$Q = \frac{K^*}{\kappa} = \frac{R^*}{\varrho}, \quad K^* = A_t K_o, \quad R^* = A_t R_o, \quad A_t = e^{\gamma t} \qquad \ldots 6.1)$$

gdje κ predstavlja kapitalni koeficijent, ϱ = radni koeficijent a A (t) je funkcija vremena kod čega γ predstavlja stopu rasta tehnološke efikasnosti odn. stopu tehnološkog progresa. Uzmimo da se radna snaga povećava po egzogeno danoj stopi n. Da bi se raspoloživa radna snaga iskoristila, mora se kapital povećavati po toj istoj stopi. Ukoliko se to desi, u vremenu t proizvod će biti

$$Q_t = \frac{A_t R_o e^{nt}}{\varrho} = Q_o e^{(\gamma + n)t} \qquad \ldots 6.2)$$

što znači da proizvodnja raste po maksimalnoj stopi

$$r = \gamma + n \qquad \ldots 6.3)$$

Može se još postaviti pitanje: kolike moraju biti investicije u baznom periodu da bi se navedeni uslovi zadovoljili i postigla maksimalno moguća proizvodnja? Diferencirajmo jednadžbu (6.1) i podijelimo s Q

$$\frac{\dot{Q}_t}{Q_t} = \frac{1}{\kappa}\left(\dot{A}_t \frac{K_o}{Q_t} + A_t \frac{\dot{K}_o}{Q_t}\right)$$

$$\frac{\dot{Q}}{Q_t} = \gamma + \frac{s_o}{\kappa}, \quad s_o = \frac{\dot{K}_o}{Q_o} \qquad \ldots 6.4)$$

Supstituiranjem (6.3) u (6.4) dobiva se traženi uslov:

$$s_o = \kappa\,(r - \gamma) = \kappa\, n \qquad \ldots 6.5)$$

Početno učešće investicija u proizvodu mora biti jednako umnošku stope rasta radne snage i kapitalnog koeficijenta. Taj rezultat poznat je iz analize Harrod-Domarovog modela bez tehničkog progresa. No dok u tom modelu $\underline{s}$ ostaje konstantno, a proizvod ekspandira po stopi $\underline{n}$, u našem slučaju proizvod ekspandira po stopi $r = \gamma + n$, a $\underline{s}$ $\left(s_t = \frac{\dot{K}_o}{Q_o A_t} = s_o A_t^{-1}\right)$ se umanjuje zbog sporijeg rasta kapitala (po stopi $\underline{n}$) na

$$s_t = \kappa\,(r - \gamma)\,A_t^{-1} = s_o e^{-\gamma t} \qquad \ldots 6.5)$$

Kod Harrodove neutralnosti raste samo produktivnost rada

$$Q = \frac{K}{\kappa} = \frac{R^*}{\varrho}\ ,\ R^* = A_t R_o,\ A_t = e^{\gamma t} \qquad \ldots 6.6)$$

Radna snaga i opet raste po stopi $\underline{n}$, a ako ima dovoljno kapitala, proizvodnja će ekspandirati po stopi $\nu = \gamma + n$ kao i u (6.3). Da bi se radna snaga potpuno iskoristila, kapital treba da raste istim tempom kojim i proizvod. Potrebne investicije dobivamo diferenciranjem (6.6) po vremenu i dijeljenjem s Q

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{1}{\kappa}\,\frac{\dot{K}}{Q} = \frac{s}{\kappa} \qquad \ldots 6.7)$$

i korištenjem (6.3)

$$s = \kappa\,(\gamma + n) \qquad \ldots 6.8)$$

U literaturi se $\nu = \gamma + n$ naziva prirodnom stopom rasta a $r = \frac{s}{\kappa}$ osiguranom stopom rasta. Ako je osigurana stopa rasta manja od prirodne, doći će do nezaposlenosti; ako je veća, kapaciteti će ostati neiskorišteni.

Neutralnost po Solowu dovodi do simetrične proizvodne funkcije

$$Q = \frac{K^*}{\kappa} = \frac{R}{\varrho}\ ,\ K^* = A_t K_o,\ A_t = e^{\gamma t} \qquad \ldots 6.9)$$

Proizvod se sada može povećati najviše po stopi ekspanzije zaposlenih, tj. $\underline{\nu} = \underline{n}$, a potrebe za kapitalom rastu sporije od proizvodnje. Diferenciranjem (6.9) po vremenu i diobom sa Q dobija se

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{1}{\kappa}\left(\dot{A}\,\frac{K}{Q} + A\,\frac{\dot{K}}{Q}\right) = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{K}}{K}$$

odakle slijedi da kapital treba da raste po stopi,

$$r_\kappa = r - \gamma$$

A potrebne investicije su iste kao i u (6.5).

III. TIPOVI PROIZVODNIH FUNKCIJA

7. Kvadratna forma i korjenasta funkcija

7.1 Kvadratna forma*

Neka je dana proizvodna funkcija ovog oblika s pozitivnim koeficijentima

$$Q = a + bR + cK - dR^2 - eK^2 + fRK \qquad \ldots 7.1)$$

Marginalni proizvodi:

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = b - 2\,dR + fK, \quad \frac{\partial Q}{\partial K} = c - 2eK + fR \qquad \ldots 7.2)$$

se smanjuju

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial R^2} = -2d < 0, \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} = -2e < 0 \qquad \ldots 7.3)$$

što znači da prinosi (s obzirom na faktorske proporcije) opadaju. Takodjer je zadovoljen zahtjev da s porastom jednog faktora proizvod raste samo do neke odredjene granice:

$$\lim_{R \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial R} < 0, \qquad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial K} < 0 \qquad \ldots 7.4)$$

U stvari padanje marginalnih proizvoda ispod nule nakon neke odredjene

*) Vidi E.O.Heady, J.L.Dillon, Agricultural Production Functions, Iowa State Univ. Press, Ames, Iowa, 1966, ss. 88-90.

tačke znači da će vertikalni presjeci (v. sl. 1.1-b) u tim tačkama imati jedinstvene maksimume.

Za fiksiranu proizvodnju $\bar{Q}$ jednadžba (7.1) odredjuje izokvantu

$$\bar{Q} = (a + bR - dR^2) + (c + fR)\,K - e\,K^2$$

koja se dobiva rješenjem ove jednadžbe

$$K = \frac{c + fR \pm \sqrt{(c+fR)^2 + 4e\,(a+bR - dR^2 - \bar{Q})}}{2e} \qquad \ldots 7.5)$$

Realnost korjena postavlja odredjena ograničenja za variranje koeficijenata. Osim toga vidi se da će za $R = 0$ biti $K > 0$ i obrnuto za $K = 0$, $R > 0$. To znači da neke izokvante sijeku koordinatne osi.

Marginalna stopa supstitucije faktora izjednačena s nekom konstantnom h definira izokline

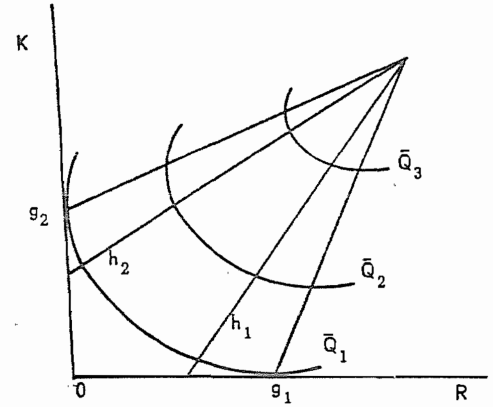
$$S = -\frac{dK}{dR} = \frac{Q_R}{Q_K} = \frac{b - 2dR + fK}{e - 2eK + fR} = h \qquad \ldots 7.6)$$

a izjednačena s 0 i ∞ definira grebene proizvodne površine

$$K = \frac{1}{f}\,(2dR - b), \text{ za } S = 0 \qquad \ldots 7.7)$$

$$K = \frac{1}{2e}\,(c + fR), \text{ za } S = \infty .$$

Ukoliko nema interakcije izmedju faktora (nema člana RK u proizvodnoj funkciji), linije grebena paralelne su s osima i sijeku se pod pravim kutem. Iz (7.6) proizlazi da su izokline pravci pa to važi i za linije grebena. Proizvodna površina ima jedan jedini vrh.



Sl. 7.1 Izokvante i izokline kvadratne forme

Iz upravo izvršene analize proizlazi da kvadratna forma (7.1) zadovoljava zahtjeve ekonomske proizvodne funkcije uz ograničenje da je funkcija definirana samo u prvom kvadrantu. To ograničenje – koje proizlazi iz ekonomskog smisla faktora proizvodnje koji ne mogu biti negativni – postaje operativno tek ispod nekog graničnog malog volumena proizvodnje.

7.2 Funkcija s kvadratnim korjenima varijabli*

Kao i u prethodnom odjeljku navest ćemo funkciju i njena osnovna ekonomska obilježja. Svi koeficienti su pozitivni.

$$Q = a - bR - cK + dR^{\frac{1}{2}} + eK^{\frac{1}{2}} + fR^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}} \qquad \ldots 7.8)$$

Marginalni proizvodi:

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = -b + \frac{d}{2}R^{-\frac{1}{2}} + \frac{f}{2}K^{\frac{1}{2}}R^{-\frac{1}{2}} \gtrless 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = -c + \frac{e}{2}K^{-\frac{1}{2}} + \frac{f}{2}R^{\frac{1}{2}}K^{-\frac{1}{2}} \gtrless 0 \qquad \ldots 7.9)$$

Opadajući prinosi:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial R^2} = -\frac{d}{4}R^{-\frac{3}{2}} - \frac{f}{4}K^{\frac{1}{2}}R^{-\frac{3}{2}} < 0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} = -\frac{e}{4}K^{-\frac{3}{2}} - \frac{f}{4}R^{\frac{1}{2}}K^{-\frac{3}{2}} < 0 \qquad \ldots 7.10)$$

Ograničenost parcijalne produktivnosti faktora:

$$\lim_{R \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial R} = -b < 0, \quad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial K} = -c < 0 \qquad \ldots 7.11)$$

Izokvante:

$$\bar{Q} = (a - bR + dR^{\frac{1}{2}}) + (e + fR^{\frac{1}{2}})K^{\frac{1}{2}} - cK$$

$$K = \left[\frac{e + fR^{\frac{1}{2}} \pm \sqrt{(e + fR^{\frac{1}{2}})^2 + 4c(a - bR + dR^{\frac{1}{2}} - \bar{Q})}}{2c}\right]^2 \qquad \ldots 7.12)$$

*) Up. ibid, ss. 91-92.

Marginalna stopa supstitucije:

$$S = -\frac{dK}{dR} = \frac{Q_R}{Q_K} = \frac{-2b + dR^{-\frac{1}{2}} + fK^{\frac{1}{2}} R^{-\frac{1}{2}}}{-2c + eK^{-\frac{1}{2}} + fR^{\frac{1}{2}} \cdot K^{-\frac{1}{2}}} \qquad \ldots 7.13)$$

Izokline:

$$K = \left[\frac{2b - 2ch - dR^{-\frac{1}{2}} \pm \sqrt{(2b-2ch-dR^{-\frac{1}{2}})^2 + 4f\,R^{-\frac{1}{2}} h(c+fR^{\frac{1}{2}})}}{2f\,R^{-\frac{1}{2}}}\right]^2 \qquad \ldots 7.14)$$

Linije grebena:

$$K = \left(\frac{2b\,R^{\frac{1}{2}} - d}{f}\right)^2 \quad \text{za } Q_R = 0$$

$$K = \left(\frac{e + fR^{\frac{1}{2}}}{2e}\right)^2 \quad \text{za } Q_K = 0 \qquad \ldots 7.15)$$

Iz (7.15) proizlazi da linije grebena sijeku osi u ovim tačkama

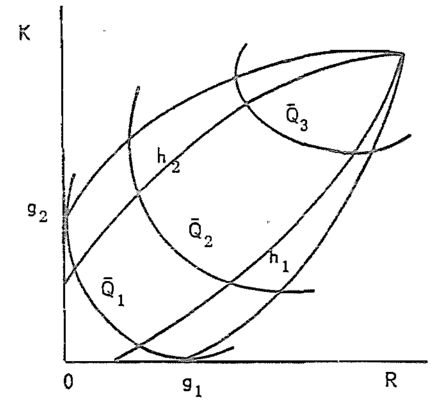
$$R = \frac{d^2}{4b^2} \quad \text{za } Q_R = 0,\ K = 0$$

$$K = \frac{e^2}{4e^2} \quad \text{za } Q_K = 0,\ R = 0 \qquad \ldots 7.16)$$

Iz (7.15) takodjer proizlazi da se linije grebena sijeku u prvom kvadrantu u tački koja se dobija izjednačavanjem K:

$$\left(\frac{2bR^{\frac{1}{2}} - d}{f}\right)^2 = \left(\frac{e + fR^{\frac{1}{2}}}{2c}\right)^2$$

$$R = \left(\frac{ef + 2cd}{4bc - f^2}\right)^2, \quad K = \left(\frac{df + 2eb}{4bc - f^2}\right)^2 \qquad \ldots 7.17)$$



Sl. 7.2 Izokvante i izokline korjenaste funkcije

Na taj način i funkcija s kvadratnim korjenima varijabli ima jedan jedini vrh i zadovoljava ekonomske zahtjeve uz isto ograničenje kao i kvadratna forma.

7.3 Homogene varijante kvadratne i korjenaste funkcije

Upravo ispitane funkcije s kvadratima i korjenima varijabli pored svoje glomaznosti imaju i jedan ozbiljan nedostatak: nisu homogene. Homogenost se može postići na taj način da se zanemare konstante i članovi s različitim brojem eksponenata.

$$Q = -d\,R^2 - e\,K^2 + f\,R\,K \qquad \ldots 7.1a)$$

$$Q = -b\,R - c\,K + f\,R^{\frac{1}{2}}\,K^{\frac{1}{2}} \qquad \ldots 7.8a)$$

Na taj način kvadratna funkcija (7.1a) postaje homogenom drugog stupnja, a korjenasta funkcija (7.8a) homogenom prvog stupnja. Fiksirani stupanj homogenosti je takodjer nedostatak, jer na taj način odabrana proizvodna funkcija oktroira tip prinosa (s obzirom na obim proizvodnje), dok je analitičaru potreban instrument za pronalaženje šta se u stvari u privredi dešava.

Osim toga najinteresantniji tip homogenosti – linearnu koja odražava konstantne prinose – opisuje samo (7.8a). U odnosu na originalnu ova reducirana korjenasta funkcija razlikuje se u ovim obilježjima

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = -b + \frac{f}{2} K^{\frac{1}{2}} R^{-\frac{1}{2}} \gtrless 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial K} = -c + \frac{f}{2} R^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}} \gtrless 0 \qquad \ldots 7.9a)$$

$$\lim_{R \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial R} = -b, \qquad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial K} = -c \qquad \ldots 7.11a)$$

$$S = \frac{Q_R}{Q_K} = \frac{-b + \frac{f}{2} R^{-\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}}{-c + \frac{f}{2} R^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}}} \qquad \ldots 7.13a)$$

Iz (7.11a) slijedi da vertikalni presjeci proizvodne površine imaju maksimume, a iz (7.13a) da su linije grebena pravci iz izhodišta kao što kod linearno homogene proizvodne funkcije i treba da bude.*) Funkcija (7.1a) razlikuje se od svoje originalne verzije tipski jedino po grebenima. Iz marginalne stope supstitucije

$$S = \frac{Q_R}{Q_K} = \frac{-2dR + fK}{-2eK + fR} \qquad \ldots 7.6a)$$

slijedi nakon izjednačavanja $Q_R = 0$, $Q_K = 0$, da su linije grebena dane takodjer pravcima koji prolaze kroz ishodište. Obje reducirane funkcije izgubile su takodjer raniji jedinstveni maksimum proizvodne površine.

Reduciranje članova smanjuje prilagodljivost funkcija. Fiksirani stupanj homogenosti smanjuje njihovu analitičku vrijednost. Analiza bi se za nevolju mogla vršiti i tako da se statistički ocijene obje funkcije pa da iz činjenice bolje prilagodljivosti izvučemo zaključak o kakvim se prinosima radi. No taj bi zaključak bio nesiguran, jer razlike u prilagodljivosti proizlaze i iz reduciranih članova i jer homogenost ne mora da bude isključivo prvog ili drugog stupnja. Osim toga obje funkcije, a posebno druga, nezgodne su za statističko ocjenjivanje.

Navedeni razlozi zahtijevaju da se potraži prikladniji tip proizvodne funkcije.

*) Iz 5.2 i 5.3 proizlazi da za dani $\underline{k}$ i $\underline{S}$ ostaje nepromjenjeno, jer se pojavljuje kao funkcija od $\underline{k}$

$$S = \frac{Q_R}{Q_K} = \frac{f(k) - k\,f'(k)}{f'(k)} = \frac{f(k)}{f'(k)} - k = \varphi(k)$$

Prema tome sve izokline treba da budu pravci kroz ishodište.

8. Cobb-Douglasova proizvodna funkcija

Nesumnjivo najpopularnija i do sada najupotrebljivija od svih proizvodnih funkcija je Cobb-Douglasova proizvodna funkcija. Ona ima svoj oblik

$$Q = a\,R^{\alpha}\,K^{\beta} \qquad \ldots 8.1)$$

Prvu ju je predložio bez empirijskih istraživanja Knut Wickzsell još 1896. Ponovno su je otkrili u 1928. godini ekonomist Douglas i matematičar Cobb*). Oni su vrijednosti eksponenata ograničili uslovom $\alpha + \beta = 1$ i izvršili niz empirijskih istraživanja. Otada započinje ekonometrijsko ispitivanje makroekonomskih proizvodnih funkcija.**)

Oblik (8.1) možemo pojednostaviti tako što ćemo konstantu $\underline{a}$ apsorbirati zgodno definiranim jedinicama mjere.

$$Q = R^{\alpha}\,K^{\beta} \qquad \ldots 8.2)$$

Lako se nalazi da je funkcija homogena, ali da joj stupanj homogenosti nije fiksiran

$$(\lambda R)^{\alpha} (\lambda K)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta} Q$$

Stupanj homogenosti ovisi o eksponentima i tako dobivamo ovu klasifikaciju s obzirom na promjene u obimu proizvodnje

konstantni prinosi: $\alpha + \beta = 1$

padajući prinosi: $\alpha + \beta < 1$

rastući prinosi: $\alpha + \beta > 1$

*) C.W.Cobb, P.H. Douglas, "A Theory of Production", American Economic Review, Supplement, March, 1928, 139-65.

**) Za bibliografiju vidi M. Brown, op.cit., ss. 31-33, i E.O. Heady, J.L. Dillon, op.cit.

Ako u slučaju linearne homogenosti sve varijable izrazimo u indeksnim brojevima, što se često radi, onda se konstanta a u (8.1) svela na jedinicu

$$a = \frac{Q}{R^{\alpha} K^{\beta}} = \frac{100}{100^{\alpha} 100^{\beta}} = 1$$

Coob-Douglasova funkcija ima sva (izuzev djelomično jednog (8.8) potrebna svojstva ekonomske proizvodne funkcije.

Marginalni proizvodi:

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = \alpha R^{\alpha - 1} K^{\beta} = \alpha \frac{Q}{R} > 0 \qquad \dots 8.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \beta R^{\alpha} K^{\beta - 1} = \beta \frac{Q}{K} > 0$$

Odavde odmah slijedi da je stupanj homogenosti marginalnih proizvoda za jedinicu manji od stupnja homogenosti proizvodne funkcije,

$$MP(\lambda R, \lambda K) = \lambda^{\alpha+\beta-1} MP(R,K) \qquad \dots 8.4)$$

Takodjer neposredno proizlazi i ekonomski smisao eksponenata α i β

$$\alpha = \frac{\partial Q}{\partial R} \frac{R}{Q}, \qquad \beta = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q} \qquad \dots 8.5)$$

Eksponenti funkcije predstavljaju koeficijente elastičnosti proizvodnje s obzirom na utrošak pojedinih faktora.

Opadajući prinosi s obzirom na faktorske proporcije:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial R^2} = \frac{\alpha(\alpha-1)}{R} \cdot \frac{Q}{R} < 0 \quad \text{za } \alpha < 1$$

$$\dots 8.6)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} = \frac{\beta(\beta-1)}{K} \cdot \frac{Q}{K} < 0 \quad \text{za } \beta < 1$$

Ograničenost parcijalne produktivnosti faktora:

$$\lim_{R \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial R} = 0, \qquad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial K} = 0 \qquad \dots 8.7)$$

Ovdje valja uočiti jednu zanimljivu osebinu C-D funkcije. Ograničenost parcijalne produktivnosti faktora ne mora značiti da i ukupna proizvodnja ima fiksni limit s obzirom na povećanje utroška odnosnog faktora. Kod C-D funkcije proizvodnja se povećava bez granice. Npr. za kapital

$$\lim_{K \to \infty} Q = \infty \qquad \dots 8.8)$$

Proizvodnja se povećava brže nego što se marginalni proizvod smanjuje.

Izokvante:

$$\bar{Q} = R^{\alpha} K^{\beta} \qquad \dots 8.9)$$

$$K = (\bar{Q} R^{-\alpha})^{\frac{1}{\beta}}$$

Marginalna stopa supstitucije:

$$S = -\frac{dK}{dR} = \frac{Q_R}{Q_K} = \frac{\alpha K}{\beta R} \qquad \dots 8.10)$$

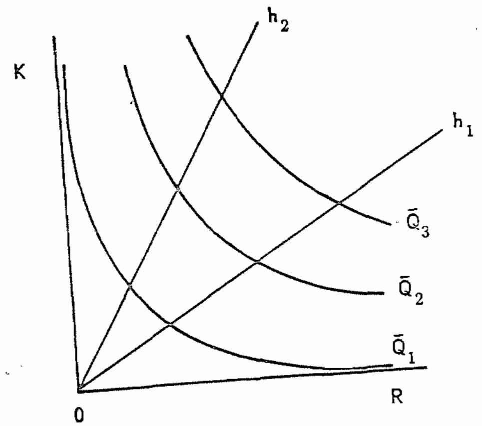
Izokline:

$$K = \frac{h\beta}{\alpha} R \qquad \dots 8.11)$$

Izokline predstavljaju pravce kroz ishodište, a linije grebena se poklapaju s koordinatnim osima. Kad su izokline pravci kroz ishodište, onda to znači da je za iste kombinacije faktora marginalna stopa supstitucije ista bez obzira na razinu proizvodnje. To se može smatrati nepotrebnom restrikcijom, pa stoga Heady* predlaže ovu modifikaciju koja ujedno čini funkciju nehomogenom

$$Q = (a + R)^{\alpha} (b + K)^{\beta} \qquad \dots 8.1a)$$

*) Op. cit., s. 86.



Sl. 7.3 Izokvante i izokline C-D funkcije

Sada je

$$S = \frac{\alpha(b+K)}{\beta(a+R)} \qquad \ldots\ 8.10a)$$

a izokline predstavljaju pravce koji ne prolaze kroz ishodište.

Na redu je da se izračuna elastičnost supstitucije. Označimo li kapitalnu opremljenost rada sa $k = \frac{K}{R}$, tada iz (8.10) slijedi

$$S = \frac{\alpha}{\beta}\ k$$

$$dS = \frac{\alpha}{\beta}\ dk$$

a vrijednost elastičnosti supstitucije proizlazi direktno iz njene definicije

$$\sigma = \frac{dk/k}{dS/S} = 1 \qquad \ldots\ 8.12)$$

Prema tome ni C-D proizvodna funkcija nije sasvim univerzalna, jer predodredjuje elastičnost supstitucije. Za modificiranu funkciju (8.10a) elastičnost supstitucije različita je od jedinice i osim toga nije konstantna

$$\sigma = \frac{S}{KR} \quad \frac{R\ S + K}{S\frac{\partial S}{\partial K}\frac{\partial S}{\partial R}} = \frac{\alpha R(b+K) + \beta K(a+R)}{KR(\alpha+\beta)} \qquad \ldots\ 8.12)$$

Za postizavanje tržišne ravnoteže u konkurentnoj privredi zahtijeva se, kao što smo ranije vidjeli (5.4), da marginalna stopa supstitucije (omjer marginalnih proizvoda faktora) bude jednaka omjeru cijena faktora

$$S = \frac{\alpha}{\beta}\ \frac{K}{R} = \frac{w}{\pi}$$

odakle slijedi da α i β predstavljaju učešća faktora u proizvodu (u konkurentnom tržištu i uslovima ravnoteže)

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\pi K}{wR} \qquad \ldots\ 8.13)$$

Ukoliko važi $\alpha + \beta = 1$ (konstantni prinosi), učešća faktora upravo iscrpljuju proizvod. Za dane cijene faktora, $\frac{\pi}{w}$, omjer eksponenata $\frac{\beta}{\alpha}$, odredjuje kapitalnu opremljenost rada.

U slučaju konstantnih prinosa C-D funkcija može se pojednostaviti i svesti na funkciju jedne varijable, kapitalne opremljenosti $\underline{k}$. Podijelimo (8.2) s $\underline{R}$

$$\frac{Q}{R} = R^{\alpha-1} K^{\beta} = \frac{K^{\beta}}{R^{1-\alpha}}$$

$$q = k^{\beta}, \qquad \beta < 1 \qquad \ldots\ 8.14)$$

Funkcija ima potrebna svojstva

$$q' > 0,\ q'' < 0,\ \lim_{k\to\infty} q' = 0 \qquad \text{za } \beta < 1$$

ali, kao što to odgovara i matičnoj funkciji

$$\lim_{k\to\infty} q = \infty$$

U pogledu tehnološkog progresa C-D proizvodna funkcija ima izvanredno svojstvo da odražava sva tri tipa neutralnosti. Jedino se, ovisno o tipu, mijenja mjera tehnološkog progresa. Uzimamo da je tehnološki progres eksponencijalna funkcija vremena. Opći oblik funkcije je ovaj

$$Q = A(t)\, R^{\alpha} K^{\beta}\ ,\ A(t) = e^{\gamma t},\ A(o) = 1, A'(t) > 0 \qquad \ldots\ 8.15)$$

Neka se tehnološki progres, prikazan kao uvećavanje faktora, kod pojedinih tipova neutralnosti odvija po stopi $\underline{m}$.

Hicksova neutralnost:

$$Q = R^{*\alpha} K^{*\beta} = e^{mt(\alpha+\beta)} R^{\alpha} K^{\beta}\ ,\quad R^{*} = e^{mt} R,\ K^{*} = e^{mt} K \qquad \ldots\ 8.16)$$

$$\therefore\ \gamma = m(\alpha+\beta),\quad \gamma = m \quad \text{za } \alpha+\beta = 1$$

Harrodova neutralnost:

$$Q = R^{*\alpha} K^{\beta} = e^{\alpha m t} R^{\alpha} K^{\beta}\ ,\ R^{*} = e^{mt} R \qquad \ldots\ 8.17)$$

$$\therefore\ \gamma = \alpha m$$

Solowljeva neutralnost:

$$Q = R^{\alpha} K^{*\beta} = e^{\beta m t} R^{\alpha} K^{\beta}\ ,\quad K^{*} = e^{mt} K \qquad \ldots\ 8.18)$$

$$\therefore\ \gamma = \beta m$$

Ukoliko γ odražava empirijski registriran pomak proizvodne funkcije, onda je mjera za stopu uvećavanja faktora $\underline{m}$ manja uz pretpostavku Hicksove neutralnosti nego u ostala dva slučaja. Izvan navedenih slučajeva TP je po definiciji neutralan. Uzmimo da se efikasnost svake utrošene jedinice faktora uvećava kod rada po stopi ρ_R i kod kapitala po stopi κ_K. Dobivamo ovaj rezultat.

Neneutralnost:

$$Q = R^{*\alpha} K^{*\beta} = e^{(\alpha\rho + \beta\kappa)t} R^{\alpha} K^{\beta}\ ,\ R^{*} = Re^{\rho t},\ K^{*} = Ke^{\kappa t} \qquad \ldots\ 8.19)$$

$$\gamma = \alpha\rho + \beta\kappa$$

Tipovi neutralnosti slijede sad kao posebni slučajevi:

Hicksova neutralnost: $\rho = \kappa = m$

Harrodova neutralnost: $\kappa = 0$

Solowljeva neutralnost: $\rho = 0$

Statistički se može ocjeniti samo γ u cjelini, ali ne i njegova struktura. Prema tome statističkim mjerenjem C-D funkcije ne može se utvrditi tip tehnološkog progresa.

Rastući prinosi obrzavaju rast i preko onoga što omogućuje tehnološki progres. Neka ponuda radne snage raste po stopi $\underline{n}$, kapitalni koeficijent ostaje konstantan , a kao cilj postavljamo postizavanje mogućeg rasta, što znači punu zaposlenost uz egzogeno dani TP. Logaritmirajmo (8.15)

$$\ln Q = \ln A + \alpha \ln R + \beta \ln K$$

i diferencirajmo po vremenu

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{R}}{R} + \beta \frac{\dot{K}}{K} \qquad \ldots\ 8.2o)$$

Kako kapitalni koeficijent ostaje konstantan, to će kapital ekspandirati po istoj stopi po kojoj i proizvod, $\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Q}}{Q}$. Ta je stopa dana ovim izrazom

$$r = \frac{\gamma}{1-\beta} + \frac{\alpha n}{1-\beta}\ ,\qquad \begin{array}{ll} \text{konstantni prinosi:} & \alpha = 1-\beta \\ \text{rastući prinosi:} & \alpha > 1-\beta \end{array}$$

i veća je za $n(\frac{\alpha}{1-\beta} - 1)$ od stope rasta omogućene konstantnim prinosima. Uz Harrodovu neutralnost, $\gamma = \alpha m$ (8.17), proizvodnja raste po stopi

$$r = \frac{\alpha\,(m+n)}{1-\beta}$$

što znači da je stopa rasta $\frac{\alpha}{1-\beta}$ puta veća nego kod konstantnih prinosa.

Na kraju ćemo izvesti još nekoliko zanimljivih svojstava C-D funkcije. Ako elasticiteti α i β variraju ali tako da i dalje važe konstantni prinosi ($\alpha+\beta=1$), tada je i intuitivno očigledno da će se za dani rast proizvodnje TP povećati ako poraste elasticitet proizvodnje s obzirom na onaj faktor koji relativno sporije ekspandira. Ako kod izvodjenja (8.2o) uzmemo u obzir da važi $\alpha = 1-\beta$ i da se α mijenja, dobivamo

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha\frac{\dot{R}}{R} + \beta\frac{\dot{K}}{K} - \frac{d\alpha}{dt}\ln\frac{K}{R} \qquad \text{... 8.23)}$$

Uporedjenje (8.23) s (8.20) pokazuje da uz relativno brži porast K povećanje vodi do veće stope tehničkog progresa $\frac{\dot{A}}{A}$.

U empirijskom radu mogu se pojaviti pogreške kod specificiranja varijabli. Uzmimo da je prva proizvodna funkcija linearno homogena. Ukoliko je u specificiranju funkcije ispuštena jedna varijabla koja se sporo mijenja (na primjer zemlja), onda će se previdno pojaviti opadajući prinosi. Obrnuto kod ispuštanja varijable koja se brzo mijenja (napr. ispuštanje materijalnih troškova). Da vidimo šta se dešava s tehnološkim progresom. Neka je prava proizvodna funkcija

$$Q = A\ R^{\alpha}K^{\beta}M^{\gamma},\ \alpha+\beta+\gamma=1$$

gdje M predstavlja repromaterijal. Ocenjujemo funkciju

$$Q' = A' R^{\alpha'}K^{\beta'},\ \alpha' = \frac{\alpha}{1-\gamma},\ \beta'\frac{\beta}{1-\gamma},\ \alpha'+\beta'=1$$

Usporedjujemo obje funkcije uz istu stopu rasta proizvodnje i pretpostavljamo da utrošak repromaterijala raste istim tempom kao i proizvodnja

$$\left(\frac{\dot{Q}}{Q}\right) = \frac{\dot{M}}{M} = \left(\frac{\dot{Q}'}{Q'}\right)$$

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha\frac{\dot{R}}{R} + \beta\frac{\dot{K}}{K} + \gamma\frac{\dot{M}}{M}$$

$$\frac{\dot{M}}{M} = \frac{1}{1-\gamma}\ \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\alpha}{1-\gamma}\ \frac{\dot{R}}{R} + \frac{\beta}{1-\gamma}\ \frac{\dot{K}}{K} = \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)' + \alpha'\frac{\dot{R}}{R} + \beta'\frac{K'}{K}$$

$$\therefore \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)' = \frac{1}{1-\gamma}\ \frac{\dot{A}}{A} > \frac{\dot{A}}{A} \qquad \text{... 8.24)}$$

Uz navedene uslove stopa tehnološkog progresa je povećana u odnosu na pravu proizvodnu funkciju*.

*) Do istog rezultata dolazi i E. Domar putem geometrijskog agregiranja dva sektora ("On the Measurement of Technical Change", Economic Journal, 1961, s. 716).

9. Proizvodna funkcija s konstantnom elastičnošću supstitucije (CES)

9.1 Karakteristike CES funkcije

U Cobb-Douglasovoj funkciji elastičnost supstitucije ima jednu jedinu vrijednost, $\sigma = 1$. Pošlo se stoga u potragu za funkcijom koja će imati konstantno σ, ali će dozvoljavati da empirijski podaci odrede njegovu vrijednost. Tako je u 1961. dogi- ni otkrivena CES funkcija, kojoj su autori*) dali ovaj oblik

$$Q = \gamma \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) R^{-\rho}\right]^{-\frac{\nu}{\rho}}, \gamma, \nu > 0, \; 0 < \delta < 1, \; \rho > -1 \qquad \ldots 9.1)$$

Parametri γ, δ, ρ i ν imaju odredjena značenja: γ je parametar efikasnosti jer odredjuje promjene proizvoda za danu veličinu utrošaka; ν odredjuje prinose koji su očigledno konstantni za $\gamma = 1$; smisao δ i ρ utvrdit ćemo kasnije.

Marginalni proizvodi:

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = \frac{\nu\gamma\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) R^{-\rho}\right]^{-\frac{\nu}{\rho}}}{\left[\delta K^{-R} + (1-\delta) R^{-\rho}\right]} (1-\delta) R^{-(1+\rho)} \qquad \ldots 9.2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{\nu\gamma\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) R^{-\rho}\right]^{\frac{\nu}{\rho}}}{\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) R^{-\rho}\right]} \delta K^{-(1+\rho)}$$

Koristeći (9.1) dobivamo

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = \chi_1 \, Q^{1+\frac{\rho}{\nu}} R^{-(1+\rho)} > 0, \quad \chi_1 = \nu(1-\delta)\gamma^{-\frac{\rho}{\nu}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \chi_2 \, Q^{1+\frac{\rho}{\nu}} K^{-(1+\rho)} > 0, \quad \chi_2 = \nu\delta\gamma^{-\frac{\rho}{\nu}} \qquad \ldots 9.3)$$

*) K.J. Arrow, H.B.Chenery, B.S.Minhas, R.M.Solow, "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency", Review of Economics and Statistics, 3/1961, 225-50. Nezavisno od ove grupe funkciju su izveli i M. Brown, J.de Cani u članku "Technological Change and the Distribution of Income", International Economic Review, 4/1963, 289-309, davši joj općenitiji oblik s obzirom na prinose obima. Za bibliografiju vidi M.Brown, op.cit., ss. 44-45.

Opadajući prinosi:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial R^2} = \chi_1 \, Q^{\frac{\rho}{\nu}} R^{-(1+\rho)}\left[\left(1 + \frac{\rho}{\nu}\right)\frac{\partial Q}{\partial R} - (1+\rho) R^{-1} Q\right] < 0, \qquad \ldots 9.4)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} = \chi_2 \, Q^{\frac{\rho}{\nu}} K^{-(1+\rho)}\left[\left(1 + \frac{\rho}{\nu}\right)\frac{\partial Q}{\partial K} - (1+\rho) K^{-1} Q\right] < 0$$

Za zadovoljavanje uslova padajućih prinosa uglata zagrada mora biti negativna. Na primjer u drugoj jednadžbi

$$\left(1 + \frac{\rho}{\nu}\right)\frac{\partial Q}{\partial K} < (1+\rho) K^{-1} Q$$

Koristimo (9.2)

$$\frac{(\nu+\rho)(1-\delta) K^{-1}}{\delta K^{-\rho} + (1-\delta) K^{-\rho}} < \frac{1+\rho}{K}$$

$$\ldots 9.5)$$

$$\nu < \frac{1+\rho}{1-\delta} K^{\rho} \left[\sigma R^{-\rho} + (1-\sigma) K^{-\rho}\right] - \rho$$

Ukoliko su veliki rastući prinosi s obzirom na obim proizvodnje (veliko ν), oni mogu kompenzirati padajuće prinose s obzirom na faktorske proporcije, što je i intuitivno očigledno.

Ograničenje parcijalne produktivnosti faktora:

$$\lim_{R \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial R} = \lim_{K \to \infty} \frac{\partial Q}{\partial K} = 0 \quad \text{za } \rho > 0 \qquad \ldots 9.6)$$

Za $\rho < 0$ uslov je zadovoljen jedino ako je $\nu < 1$. Proizvodnja ima fiksnu granicu jedino za $\rho > 0$.

$$\lim_{R \to \infty} Q = \gamma (1-\delta)^{-\frac{\nu}{\rho}} K^{\nu}, \quad \lim_{K \to \infty} Q = \gamma \delta^{-\frac{\nu}{\rho}} R^{\nu} \qquad \ldots 9.7)$$

Izokvante:

$$\bar{Q}^{-\frac{\rho}{\nu}} = \gamma^{-\frac{\rho}{\nu}} [\delta R^{-\rho} + (1-\delta) K^{-\rho}]$$

$$K = [B - \delta^* R^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}, \quad B = \frac{1}{1-\delta} \left(\frac{\bar{Q}}{\gamma}\right)^{-\frac{\rho}{\nu}}, \quad \delta^* = \frac{\delta}{1-\delta} \qquad \ldots 9.7)$$

Za $\rho < 1$ izokvante sijeku osi. Za $\rho > 1$ izokvante se asimptotski približavaju pravcima paralelnim s osima kako se to vidi u jednadžbu (9.7) napišemo u pogodnom obliku

$$K = \frac{1}{(B - \delta^* \frac{1}{R^{\rho}})^{\frac{1}{\rho}}} \qquad \ldots 9.7a)$$

Marginalna stopa supstitucije:

$$S = -\frac{dK}{dR} = \frac{Q_R}{Q_K} = \frac{\nu Q (1-\delta) R^{-(1+\rho)}}{\nu Q \delta K^{-(1+\rho)}} = \frac{1-\delta}{\delta} \left(\frac{K}{R}\right)^{(1+\rho)} = \delta^* k^{1+\rho}, \quad \delta^* = \frac{1-\delta}{\delta} \qquad \ldots 9.8)$$

Izokline:

$$\left(\frac{K}{R}\right)^{1+\rho} = \frac{h}{\delta^*}$$

$$K = \left(\frac{h}{\delta^*}\right)^{\frac{1}{1+\rho}} R \qquad \ldots 9.9)$$

Kao i kod Cobb-Douglasove funkcije izokline su pravci, a linije grebena poklapaju se s koordinatnim osima.

Elastičnost supstitucije:

$$\sigma = \frac{dk/k}{dS/S} = \frac{1}{1+\rho}, \quad dS = \frac{1-\delta}{\delta} (1+\rho) k^{\rho} dk \qquad \ldots 9.10)$$

Na taj način odredjen je i smisao ρ, to je parametar supstitucije.

$$\rho = \frac{1}{\sigma} - 1 \qquad \ldots 9.11)$$

kod čega treba uočiti da $\rho > 0$ daje $\sigma < 1$ i $\rho < 0$ daje $\sigma > 1$, kao i to da povećavanje σ smanjuje ρ

$$\frac{d\rho}{d\sigma} = -\frac{1}{\sigma^2} \qquad \ldots 9.12)$$

Marginalnu stopu supstitucije možemo sad izraziti i ovako

$$S = \frac{1-\delta}{\delta} k^{\frac{1}{\sigma}} = \delta^* k^{\frac{1}{\sigma}} \qquad \ldots 9.13)$$

Uz dano σ mijenjanje δ^* dovodi do istosmjernih promjena S. Tako povećanje δ^* povećava marginalnu stopu supstitucije kapitala za rad, što znači da marginalni proizvod rada relativno raste, što opet znači da je promjena radno potrošna. U tom smislu δ^* predstavlja parametar radne potrošnosti.

9.2 Perfektna i imperfektna konkurencija

U perfektnoj konkurentnoj privredi tržišna ravnoteža zahtijeva

$$S = \frac{w}{\pi}$$

što uvršteno u (9.13) daje

$$\frac{w}{\pi} = \delta^* k^{\frac{1}{\sigma}}$$

odnosno

$$\frac{wR}{\pi K} = \delta^* k^{\frac{1}{\sigma} - 1} = \delta^* k^{\rho} \qquad \ldots 9.14)$$

Sad se δ^* javlja u svojstvu distributivnog parametra jer za danu kapitalnu opremljenost i danu elastičnost supstitucije odredjuje raspodjelu proizvoda izmedju rada i kapitala.

Do sad smo uvijek pretpostavljali samo perfektnu konkurenciju u kojoj su omjeri cijena faktora u ravnotežnoj situaciji jednaki omjerima njihovih marginalnih proizvoda. Ukoliko, medjutim, krivulje ponude i tražnje nisu horizontalne, tj. elasticiteti ponude i tražnje imaju konačne vrijednosti, marginalni troškovi izjednačit će se s marginalnim prihodima.

Poslužit ćemo se jednim jednostavnim Brownovim modelom tržišta* da razmotrimo što će se desiti.

Neka su tražnja proizvoda i ponuda faktora dane ovim jednadžbama

$$Q = \frac{1}{a_1} p^{e_1} \qquad \therefore\ p = a_1 Q^{\frac{1}{e_1}},$$

$$R = \frac{1}{a_2} w^{e_2} \qquad \therefore\ w = a_2 R^{\frac{1}{e_2}} \qquad \ldots 9.15)$$

$$K = \frac{1}{a_3} \pi^{e_3} \qquad \therefore\ \pi = a_3 K^{\frac{1}{e_3}}$$

Dobit predstavlja razliku izmedju vrijednosti proizvodnje i troškova proizvodnje

$$\Pi = pQ - wR - \pi K \qquad \ldots 9.16)$$

Formiramo Lagrangeovu jednadžbu

$$\varphi = a_1 Q^{1+\frac{1}{e_1}} - a_2 R^{1+\frac{1}{e_2}} - a_3 K^{1+\frac{1}{e_3}} - \lambda\left\{Q - \gamma\left[\delta R^{-\rho} + (1-\delta) K^{-\rho}\right]^{-\frac{\nu}{\rho}}\right\} \ldots 9.17)$$

i potražimo prve uslove za maksimum

$$\frac{\partial \varphi}{\partial Q} = a_1\left(1 + \frac{1}{e_1}\right) Q^{\frac{1}{e_1}} - \lambda = p E_1 - \lambda = 0, \quad E_1 = 1 + \frac{1}{e_1} \qquad \ldots 9.18)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial R} = -a_2\left(1+\frac{1}{e_2}\right) R^{\frac{1}{e_2}} + \lambda Q_R = -wE_2 + \lambda (1-\delta)\nu\gamma^{-\frac{\rho}{\nu}} Q^{1+\frac{\rho}{\nu}} R^{-(1+\rho)}, \quad E_2 = 1 + \frac{1}{e_2}$$

* Op.cit.ss.50-53.

... 9.19)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial K} = -a_3\left(1+\frac{1}{e_3}\right) K^{\frac{1}{e_3}} + \lambda Q_K = -\pi E_3 + \lambda (1-\delta)\gamma^{-\frac{\rho}{\nu}} Q^{1+\frac{\rho}{\nu}} K^{-(1+\rho)},$$

$$E_3 = 1 + \frac{1}{e_3} \qquad \ldots 9.20)$$

U uslovima perfektne konkurencije važi da su elasticiteti beskonačni, $e_1 = e_2 = e_3 = \infty$, i prema tome $E_1 = E_2 = E_3 = 1$. Jednadžba (9.18) definira ravnotežni marginalni prihod, $\lambda = p\,E_1$, koji treba da bude jednak marginalnom trošku. Uvrštavanjem λ u (9.19) i (9.20) dobivamo

$$-wE_2 + pE_1 Q_R = 0, \quad \therefore\ \frac{wR}{pQ} = \frac{E_1}{E_2}\frac{R}{Q} Q_R = \frac{E_1}{E_2} \chi_1 Q^{\frac{\rho}{\nu}} R^{-\rho}$$

$$\ldots 9.21)$$

$$-\pi E_3 + pE_1 Q_K = 0, \quad \therefore\ \frac{\pi K}{pQ} = \frac{E_1}{E_3}\frac{K}{Q} Q_K = \frac{E_1}{E_3} \chi_2 Q^{\frac{\rho}{\nu}} K^{-\rho}$$

Učešća utroška faktora u vrijednosti proizvodnje proporcionalna su elasticitetima proizvodnje s obzirom na faktore. Ti su elasticiteti kod C-D funkcije bili konstante (α i β), a kod CES funkcije su varijabilni. Konstante proporcionalnosti, $\frac{E_1}{E_2}$, $\frac{E_1}{E_3}$, zavise o elasticitetima ponude i potražnje. Za C-D funkciju (usp. (8.3) učešća u uslovima imperfektne konkurencije bila bi ovako odredjena

$$\frac{wR}{pQ} = \frac{E_1}{E_2}\alpha, \quad \frac{\pi K}{pQ} = \frac{E_1}{E_3}\beta, \quad \frac{wR}{\pi K} = \frac{E_3}{E_2}\frac{\alpha}{\beta} \qquad \ldots 9.22)$$

U slučaju istog stupnja monopola na tržištu faktora, $E_3 = E_2$ ($e_3 = e_2$), tj. za jednaku elastičnost ponude rada i kapitala, s obzirom na njihove cijene, relativne veličine učešća ostale bi u C-D privredi nepromjenjene. Zbog velike ponude radne snage u jugoslavenskoj privredi može se pretpostaviti $E_2 \doteq 1$, $E_3 > 1$. Prema tome relativno učešće kapitala trebalo bi da bude manje no što to indicira koeficijent β. Bit će korisno da se ova hipoteza provjeri u kasnijoj empirijskoj analizi.

Da bi ravnoteža bila stabilna, treba da budu zadovoljeni i drugostepeni uslovi za maksimum. U ovom slučaju to znači da obrubljena hesiana mora biti negativno definitna.

$$H = \begin{vmatrix} 0 & \phi_R & \phi_K \\ \phi_R & \phi_{RR} & \phi_{RK} \\ \phi_K & \phi_{RK} & \phi_{KK} \end{vmatrix} < 0$$

što je zadovoljeno ako važi $\varphi_{RR} < 0$, $\varphi_{KK} < 0$, $\varphi_{RR}\,\varphi_{KK} > \varphi^2_{RK}$.

Iskoristimo (9.2)

$$\phi_{RR} < 0 \;\therefore\; \frac{R}{Q}\,Q_R < \frac{E_2 + \rho}{1 + \frac{\rho}{\nu}}$$

$$\phi_{KK} < 0 \;\therefore\; \frac{K}{Q}\,Q_K < \frac{E_3 + \rho}{1 + \frac{\rho}{\nu}} \qquad \ldots 9.23)$$

Vidi se da su uslovi za stabilnost dosta složeni. Za $\nu \geqslant 1$ (nepadajući prinosi) bit će $E_2 \pm \rho > 1 + \frac{\rho}{\nu}$. U perfektnoj konkurenciji ($E_2 = E_3 = 1$) i uz konstantne prinose ($\nu = 1$) važilo bi $\frac{R}{Q}Q_R$, $\frac{K}{Q}Q_K < 1$, odnosno marginalni proizvod manji od prosječnog proizvoda, $Q_R < \frac{Q}{R}$, $Q_K < \frac{Q}{K}$. Ako se navedena ograničenja eliminiraju marginalni proizvod može biti i veći od prosječnog u situaciji stabilne ravnoteže definirane maksimiranjem dobiti.

9.3. Konstantni prinosi ($\nu = 1$)

Kao i obično pretpostavka konstantnih prinosa omogućuje da se funkcija pojednostavi. Napišimo (9.1) u ovom obliku

$$Q^{-\rho} = \gamma^{-\rho}\left[\delta R^{-\rho} + (1-\delta)K^{-\rho}\right]$$

$$Q^{-\rho} = bK^{-\rho} + aR^{-\rho}, \quad a = \gamma^{-\rho}\delta, \; b = \gamma^{-\rho}(1-\delta), \; \gamma = (a+b)^{\rho} \qquad \ldots 9.24)$$

Izrazimo varijable na per capita osnovici da bismo dobili vezu izmedju produktivnosti rada i kapitalne opremljenosti rada

$$q^{-\rho} = bk^{-\rho} + a \qquad \ldots 9.25)$$

Marginalni proizvodi:

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = a\left(\frac{Q}{R}\right)^{1+\rho} = a\,q^{\frac{1}{\sigma}} \qquad \ldots 9.26)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = b\left(\frac{Q}{K}\right)^{1+\rho} = b\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

Marginalna stopa supstitucije:

$$S = -\frac{dK}{dR} = \frac{a}{b}\left(\frac{K}{R}\right)^{1+\rho} = \frac{a}{b}\,k^{\frac{1}{\sigma}} \qquad \ldots 9.27)$$

U uslovima perfektne konkurencije važi

$$S = \frac{w}{\pi} = \frac{a}{b}\,k^{\frac{1}{\sigma}} \qquad \ldots 9.28)$$

Izokvante:

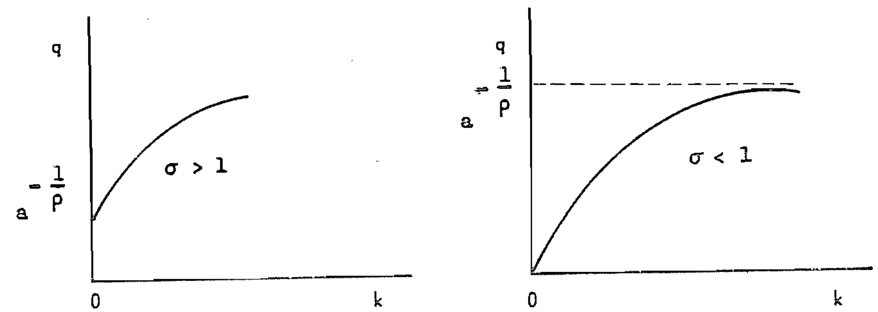
$$bK^{-\rho} + aR^{-\rho} = \bar{Q}^{-\rho} \qquad \ldots 9.29)$$

Za $\rho < 0$ ($\sigma > 1$) izokvante sijeku osi, a produktivnost rada ponaša se ovako

$$\lim_{k \to \infty} q = \infty, \qquad \lim_{k \to 0} q = a^{-\frac{1}{\rho}}, \quad \sigma > 1 \qquad \ldots 9.30)$$

Za $\rho > 0$ ($\sigma < 1$) izokvante se asimptotski približavaju pravcima pararelnim s osima, a produktivnost rada ima fiksnu granicu

$$\lim_{k \to \infty} q = a^{-\frac{1}{\rho}}, \qquad \lim_{k \to 0} q = 0, \quad \sigma < 1 \qquad \ldots 9.31)$$



Sl. 9.1 Per capita CES funkcija uz konstantne prinose

Kad $\sigma \to 1$ ($\rho \to 0$) CES se pretvara u C-D funkciju, za $\sigma \to 0$ ($\rho \to \infty$) dobivamo funkciju s fiksnim koeficijentima koji onemogućuju supstituciju.

9.4. Tehnološki progres

Polazeći od Hicksove neutralnosti, sve što uz dani omjer faktora mijenja njihovu marginalnu stopu supstitucije predstavlja pristrasnu promjenu tehnologije. Podjimo stoga od izraza (9.13) za marginalnu stopu supstitucije

$$S = \frac{1-\delta}{\delta} k^{\frac{1}{\sigma}}$$

i razmotrimo efekte promjene parametara distribucije odnosno kapitalne potrošnosti δ.

$$\frac{\partial S}{\partial \delta} = -\frac{1}{\delta^2} k^{\frac{1}{\sigma}} = \frac{S}{\delta(1-\delta)} \qquad \ldots 9.32)$$

Kad δ raste S opada što znači da se marginalni proizvod rada relativno smanjuje za danu kapitalnu opremljenost i tehnologija postaje kapitalno potrošna. A za dani S s porastom δ mora rasti i kapitalna opremljenost $\underline{k}$.

Efekti elastičnosti supstitucije ovise o tome koji se faktor brže povećava

$$\frac{\partial S}{\partial \sigma} = -\frac{S}{\sigma^2} \ln k \qquad \ldots 9.33)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \sigma} = \begin{cases} < 0 & \text{za } k > 1 \\ > 0 & \text{za } k < 1 \end{cases}$$

Ako R i K izrazimo u indeksnim brojevima, onda $k > 1$ znači povećavanje kapitalne opremljenosti rada i tada povećanje σ smanjuje S. To znači da se smanjuje marginalni proizvod rada i tako dolazi do reduciranja R. Tehnologija je radno štedna.

Uz dani porast faktora povećanje elastičnosti supstitucije povećava proizvodnju (izuzev kad omjer faktora ostaje nepromjenjen i nema efekta)

$$\frac{\partial Q}{\partial \sigma} > 0$$

Grafički je taj rezultat dokazan ranije za opći slučaj proizvodne funkcije s konstantnom elastičnošću supstitucije (v. graf. 2.6).*

Zanimljivo je razmotriti kako promjena pojedinih parametara mijenja odnos izmedju marginalnog i prosječnog proizvoda. U tu svrhu jednadžbu (9.2) za MP rada transformirat ćemo tako da prikaže odnos izmedju marginalnog (Q_R) i prosječnog proiz-

*) Za (nepotpun) algebarski dokaz v. Brown, op. cit., s. 57.

voda rada ($\frac{Q}{R} = q$)

$$\frac{\partial Q}{\partial R} = \gamma(1-\delta)\gamma^{-\frac{\rho}{\nu}} \cdot Q^{\frac{\rho}{\nu}} R^{-\rho} \frac{Q}{R}$$

$$Q^{-\frac{\rho}{\nu}} = \gamma^{-\frac{\rho}{\nu}} \left[\delta R^{-\rho} + (1-\delta)K^{-\rho}\right] = \gamma^{-\frac{\rho}{\nu}} \left[\delta\left(\frac{R}{K}\right)^{-\rho} + (1-\delta)\right] K^{-\rho}$$

$$Q_R = \frac{\nu}{1 + \frac{1-\delta}{\delta}\left(\frac{R}{K}\right)^{\rho}} q \qquad \ldots 9.34)$$

Marginalni proizvod povećava se relativno prema prosječnom proizvodu ako se smanje parametri efikasnosti (γ) i kapitalne potrošnosti (δ) i povećaju parametri prinosa (ν) i supstitucije (ρ). Ukoliko su R i K izraženi u indeksnim brojevima, ovo potonje važi kad se povećava kapitalna opremljenost rada. Povećavanje (algebarsko) ρ znači smanjivanje elastičnosti supstitucije σ.

Tehnički progres izražen u porastu produktivnosti rada može se u CES funkciji rastaviti u više komponenti nego u C-D funkciji.

$$q = \frac{Q}{R} = \frac{\gamma\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) R^{-\rho}\right]^{-\frac{\nu}{\rho}}}{R} \qquad \ldots 9.35)$$

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial Q}{\partial \nu} d\nu + \frac{\partial Q}{\partial \delta} d\delta + \frac{\partial Q}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial R} dR$$

Prva četiri člana predstavljaju komponente TP, dok posljednja dva izražavaju efekte promjena u utrošcima. U pogledu tehničkog progresa prva dva člana - varijacije u efikasnosti tehnologije ($d\gamma$) i stupnju prinosa obima ($d\nu$) - predstavljaju (Hicks) neutralan TP, a naredna dva člana - varijacije u kapitalnoj potrošnosti ($d\delta$) i elastičnosti supstitucije ($d\rho$) - (Hicks) pristrasan TP.

Uslijed toga što ima veći broj parametara koji odražavaju različita karakteristična svojstva tehničkog progresa, CES funkcija ima izvjesnih prednosti u odnosu na ostale. No ima i ozbiljnih nedostataka. Najveći je vjerojatno u tome što ju je teško statistički ocijeniti. Brown *) navodi tri moguća pristupa: (a) iz pomoćne jed-

*) Op.cit.ss.128-35.

nadžbe najprije se regresijom ocijene ρ i δ pa se te vrijednosti uvrste u izraz u zagradi, (b) linearnom aproksimacijom Taylorovim redom dodje se do početnih ocijena parametara i onda se iteracijom smanjuje razlika izmedju stvarnih i ocijenjenih vrijednosti i (c) parcijalnim ocjenjivanjem jedne općenitije funkcije i poboljšavanjem dobivenih početnih vrijednosti parametara iteracijom.

Naredni je nedostatak što je teško generalizirati CES funkciju na zadovoljavajući način za više od dva faktora. Zatim kod ocjenjivanja funkcije treba voditi računa da δ nije bezdimenzionalan broj i da se mijenja s jedinicama mjere upotrebljenih kod varijabli. Parametar ν - i to je zajednički nedostatak s C-D funkcijom - odražava u stvari dva efekta: rastuće (padajuće) prinose uz danu tehnologiju i promjenu prinosa kad se tehnologija promijenila, a obim proizvodnje zadržan. Idealna proizvodna funkcija morala bi razdvojiti ta dva efekta.

Privreda ne mora imati svojstvo homogenosti. Empirijski podaci bi tek morali pokazati da li je pretpostavka homogenosti opravdana ili ne. Zbog toga je predložena općenitija funkcija koja se može upotrebiti u trećem pristupu statističkom ocjenjivanju CES funkcija)

$$Q = (aR^{\alpha} + b K^{\beta})^{\frac{1}{\gamma}} \qquad \ldots 9.36)$$

Za $\alpha = \beta$ funkcija postaje homogena stupnja $\frac{\alpha}{\gamma}$. Za $\alpha = \beta = \gamma$ funkcija postaje linearno homogena CES tipa s $\alpha = \frac{1}{\sigma} - 1$.

Na kraju σ = const za sve omjere faktora može takodjer predstavljati nasilje nad stvarnošću.

IV. PRILOZI

A. Izvod proizvodnih funkcija Leontiefa, Cobb-Douglasa i CES*

Uzmemo li elastičnost supstitucije kao kriterij za klasificiranje, možemo utvrditi tri tipa proizvodnih funkcija s konstantnom elastičnošću supstitucije. To su: funkcija Leontiefa s fiksnim koeficijentima i stoga sa $\sigma = 0$; funkcija Cobb-Douglasova s jediničnom elastičnošću, $\sigma = 1$, i CES funkcija sa $\sigma \neq 0; 1$. Na osnovu ta tri karakteristična svojstva mogu se ta tri tipa funkcija i izvesti.

Neka je

$$\bar{z} = f(x, y) \qquad \ldots 1)$$

izokvanta proizvodne funkcije s dva faktora proizvodnje. Time su ujedno odredjene varijacije jednog faktora kao funkcija drugog faktora

$$y = y(x) \quad \text{za } z = \text{const} \qquad \ldots 2)$$

Marginalna stopa supstitucije i elastičnost supstitucije slijede iz definicije

$$S = -\frac{dy}{dx} = -y' = \frac{f_x}{f_y} \qquad \ldots 3)$$

*) Preuzeto iz M. Brown, On the Theory and Measurement of Technological Change, Cambridge Univ. Press. Cambridge, 1966. ss. 192-96.

$$\sigma = \frac{d\frac{y}{x}}{-dy'} \; \frac{-y'}{\frac{y}{x}} = y' \frac{x}{y} \; \frac{d\frac{y}{x}}{dy'} \qquad \ldots 4)$$

$$\frac{d\frac{y}{x}}{dy'} = \frac{x\frac{dy}{dy'} - y\frac{dx}{dy'}}{x^2} = \frac{1}{y''} \; \frac{xy' - y}{x^2}$$

budući da je $\frac{dy}{dy'} = \frac{dy}{dx}\,\frac{dx}{dy'} = y' \frac{1}{y''}$

$$\therefore \sigma \; x\, y\, y'' = xy'^2 - y\, y' \qquad \ldots 5)$$

Jednadžba (5) je osnovna diferencijalna jednadžba čije rješenje za različita σ daje različite proizvodne funkcije.

Funkcija Leontiefa: ($\sigma = 0$)

Iz (5) proizlazi

$$xy' = y, \quad \therefore \; y = cx, \quad c > 0 \qquad \ldots 6a)$$

$$y' = 0, \quad \therefore \; y = c, \; c > 0 \qquad \ldots 6b)$$

Rješenje (6a) nema ekonomskog smisla jer implicira da porast jednog faktora zahtijeva porast drugog faktora da bi se proizvodnja odražala nepromjenjenom. Rješenje (6b) predstavlja proizvodnu funkciju s fiksnim koeficijentima, jer za dani obim proizvodnje moguće je proizvodno upotrebiti samo c količinu faktora y i, slično tome, neku količinu b faktora x. Resursi se mogu upotrebljavati samo u proporciji $\frac{y}{x} = \frac{c}{b}$. Izokvante izgledaju ovako

$$y = y_0, \quad x \geq x_0$$

$$x = x_0, \quad y \geq y_0 \qquad \ldots 7)$$

Ukoliko nema tehničkog progresa i prinosi s obzirom na obim su konstantni, onda iz

$$z_o = \gamma c = \beta b \qquad \ldots 8)$$

proizlazi da su fiksni koeficijenti

$$\gamma = \frac{z_o}{e}, \quad \beta = \frac{z_o}{b} \qquad \ldots 9)$$

a proizvodna funkcija ima novi oblik

$$z = \gamma y = \beta x, \quad \frac{\gamma}{\beta} = \frac{b}{c} \qquad \ldots 10)$$

<u>Cobb-Douglasova funkcija:</u> ($\sigma = 1$)

Sad je $\sigma > 0$ i da bismo mogli riješiti diferencijalnu jednadžbu (5) potrebno je izvršiti supstitucije. Neka je

$$x = e^u, \qquad u = \ln x \qquad \ldots 11)$$

$$\therefore \frac{du}{dx} = e^{-u}, \qquad \frac{d^2u}{dx^2} = -e^{-2u} \qquad \ldots 12)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = y'' e^{-2u} - y'e^{-2u} \qquad \ldots 13)$$

budući da je

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\;\frac{du}{dx} = \frac{dy}{du}\; e^{-u}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{du^2}\left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \frac{d^2u}{dx^2}\;\frac{dy}{du} = \frac{d^2y}{du^2}\, e^{-2u} - \frac{dy}{du}\, e^{-2u}$$

$$\therefore \sigma e^u \left(y'' e^{-2u} - y'e^{-2u}\right) = e^u y'^2 e^{-2u} - y\, y' e^{-u} \qquad \ldots 14)$$

Derivacije su sad izvršene s obzirom na varijablu <u>u</u>. Kraćenjem jednadžba se svodi na

$$\sigma y\, y'' + y\, y'(1 - \sigma) - y'^2 = 0 \qquad \ldots 15)$$

Novom supstitucijom

$$y' = p, \quad y'' = \frac{dy'}{du} = \frac{dp}{dy}\;\frac{dy}{du} = \frac{dp}{dy}\; y'$$

dobivamo nehomogenu linearnu diferencijalnu jednadžbu

$$\sigma y \frac{dp}{dy} + y(1-\sigma) - p = 0 \qquad \ldots 16)$$

koja se rješava na standardni način

$$p = y + cy^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\therefore \frac{dy}{du} = y + c\, y^{\frac{1}{\sigma}} \qquad \ldots 17)$$

gdje je <u>c</u> konstanta integracije.

Za $\sigma = 1$ jednadžba (17) pojednostavljuje se u

$$\frac{dy}{du} = y(1+c) \qquad \ldots 18)$$

uz rješenje $y = \frac{1}{b}\, e^{u(1+c)} = \frac{1}{b}\, x^{(1+c)}$ $\qquad \ldots 19)$

koje predstavlja izokvantu funkcije sa svojstvom $\sigma = 1$; $\frac{1}{b}$ je konstanta integracije. Prema tome svaki nivo proizvodnje odredjen je odgovarajućim karakterističnim omjerom

$$\frac{x^{1+c}}{y} = w \qquad \ldots 20)$$

te stoga možemo pisati

$$z = z\,(w) = z\,\left(\frac{x^{1+c}}{y}\right) \qquad \ldots 21)$$

Koristimo Eulerov teorem za homogene funkcije stupnja ν

$$\nu z = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = x\frac{dz}{dw}\frac{(1+c)x^{c}}{y} - y\frac{dz}{dw}\frac{x^{1+c}}{y^{2}}$$

$$\therefore\ \frac{dz}{z} = \frac{\nu}{c}\,\frac{dw}{w}$$

$$\therefore\ z = a\,w^{\frac{\nu}{c}} = a\,\frac{x^{(1+c)\frac{\nu}{c}}}{y^{\frac{\nu}{c}}} = a\,x^{\frac{\nu}{c}+\nu}\,y^{-\frac{\nu}{c}}$$

gdje je $\underline{a}$ konstanta integracije. Dobiveni rezultat može se još urediti

$$r = a\,x^{\alpha}y^{\beta}\,,\quad \alpha+\beta=\nu\,,\quad c = -\frac{\nu}{\beta} \qquad \ldots 22)$$

Na taj način dobili smo Cobb-Douglasovu funkciju ν-og stupnja homogenosti.

C E S funkcija ($\sigma \neq 1$)

Jednadžba (17) može se napisati ovako

$$x\,\frac{dy}{dx} = y + c\,y^{\frac{1}{\sigma}}\,,\quad \text{jer je}\quad \frac{dy}{du} = x\,\frac{dy}{dx}$$

Rješenje ove jednostavne Bernoullijeve jednadžbe glasi

$$y^{1-\frac{1}{\sigma}} - kx^{1-\frac{1}{\sigma}} - c = 0$$

gdje je $\underline{k}$ nova konstanta integracije. Konstante $\underline{c}$ i $\underline{k}$ možemo odrediti tako da bude

$$c = \frac{1}{\delta}\,,\quad k = 1 - \frac{1}{\delta}\,,\quad 0 < \delta < 1$$

pa da rješenje glasi

$$\delta\,y^{-\rho} + (1-\delta)\,x^{-\rho} = 1,\quad \rho = \frac{1}{\sigma} - 1 \qquad \ldots 23)$$

Formirajmo funkciju

$$z = z\left[\delta\,y^{-\rho} + (1-\delta)\,x^{-\rho}\right] = z(w) \qquad \ldots 24)$$

i ponovno iskoristimo Eulerov teorem za homogene funkcije stupnja ν, da bismo dobili funkciju $\underline{z}$ u standardnom obliku

$$z = \gamma\left[\delta y^{-\rho} + (1-\delta)x^{-\rho}\right]^{-\frac{\nu}{\rho}} \qquad \ldots 25)$$

B. O takozvanom zakonu pretežnog porasta odeljka I

Postavljanje problema

Godinama se vodila diskusija o tome, da li zakon pretežnog porasta odeljka I postoji ili ne postoji. Ta se diskusija vodila gotovo isključivo o deduktivnom aspektu tog zakona.*)

Diskusija o postojanju ili nepostojanju zakona pretežnog porasta vodila se prije svega polazeći od izvjesnih pretpostavki o mijenjanju organskog sastava kapitala. Kod nas u tom smislu reprezentativnu formulaciju zakona nalazimo u jednom članku i zatim u univerzitetskom udžbeniku R. Stojanović**), pa ćemo od nje i poći:

"Prema ovom zakonu, konstantno rastući tehnički progres izaziva, s jedne strane, stalni porast produktivnosti rada, a s druge strane, stalno povećavanje organskog sastava kapitala ; porast produktivnosti rada prouzrokuje da opada ukupna količina rada u jedinici proizvoda, ali uz brže opadanje živog rada nego opredmećenog, dok porast organskog sastava kapitala znači da u procesu proizvodnje sve više raste ukupna masa primijenjenog opredmećenog rada prema ukupnoj masi primijenjenog živog rada ; uslijed toga, radi održavanja kontinuiteta u društvenoj reprodukciji, mora brže da raste proizvodnja sredstava za proizvodnju nego što raste proizvodnja predmeta namijenjenih ličnoj potrošnji" (str. 460 u članku i 196-7 u knjizi; kurziv moj, H.B).

---

*) Za literaturu i neke stavove iz te diskusije vidi R. Stojanović, Teorija privrednog razvoja u socijalizmu, Naučna knjiga, Beograd, 1960, str. 187-227.

**) R. Stojanović, "Zakon pretežnog porasta i odjeljka društvene proizvodnje u svijetlu tehničkog progresa", Ekonomist, 3/1960, i op. cit. Napominjem da ovaj članak uzimam samo kao ilustraciju rezoniranja, koje je inače karakteristično i za neke druge jugoslavenske ekonomiste kao i za čitav niz sovjetskih i drugih ekonomista.

Posljednja rečenica, koja je dana kurzivom, predstavlja nonsequitur. Sve što slijedi jest, da proizvodnjasredstavaza proizvodnju mora rasti brže nego radna snaga, dok lična potrošnja, koja ovisi ne samo o obimu zaposlenosti već i o platnom stavu, može rasti brže, jednako ili sporije, već prema tome. Treba imati u vidu da je radna snaga sasvim specifična "roba", či ja "cijena" raste upravo onda, kad cijene svih ostalih roba padaju; što je brži tehnički progres, to je brži porast životnog standarda - bar u jednoj socijalističkoj zemlji - a to znači da brže raste lična potrošnja.

O čemu se radi postat će jasnije, kad izvršimo analizu primjera koji je dan u članku i knjizi R. Stojanović.

U tom primjeru (str. 462 u članku i 205 u knjizi) istražuju se efekti tehničkog progresa. Proizvedeno je 100 jedinica proizvoda u vrijednosti od 1000, čija je struktura iznosila 400 C + 300 V + 300 M. Uvodjenjem nove tehnike došlo je do podvostručenja konstantnog kapitala, čime je omogućeno da isti broj radnika sada proizvede dvaput veću količinu proizvoda, tj. 200 jedinica. Prema tome i proizvodnost rada raste za 100 %. Pretpostavljeno je da vrijednost i njena struktura nakon ove inovacije iznose:

800 C + 300 V + 300 M = 1400. To znači, da je cijena proizvoda pala od $\frac{1000}{100} = 10$ na $\frac{1400}{200} = 7$, ili za 30%. Tehnički sastav sredstava se poveća dva puta, od $\frac{400\ C}{300\ V}$ na $\frac{800\ C}{300\ V}$. Zbog pada cijene vrijednosni sastav porasao je nešto manje, od $\frac{400\ C}{300\ V}$ na $\frac{560\ C}{300\ V}$, no i on je porastao. Izvlači se zaključak da uslijed tehničkog progresa raste tehnički sastav sredstava, uslijed porasta tehničkog sastava raste i vrijednosni sastav, a uslijed porasta i jednog i drugog mora nužno odjeljak I i naturalno i vrijednosno rasti brže nego odjeljak II.

Matematička pogreška u izvodjenju promjena vrijednosnog sastava kapitala

Prije svega, tvrdnja da je vrijednosni sastav sredstava porastao ne stoji. A evo zašto.

Novom tehnikom proizvodi se 200 jedinica u vrijednosti od 1400, što znači da je cijena pala od 10 na 7 ili na 70% početnog nivoa. Pretpostavljena struktura vrijednosti proizvodnje izgleda ovako

$$800\ C + 300\ V + 300\ M = 1400$$

R. Stojanović zaključuje: budući da je cijena proizvoda pala za 30%, onda je konstantni kapital pojeftinio za 30% pa se smanjio od 800 na 560. Uslijed toga je vrijednosni sastav kapitala ($\frac{560\ C}{300\ V}$) porastao sporije od tehničkog ($\frac{800\ C}{300\ V}$). Taj zaključak je pogrešan, jer ako vrijednost konstantnog kapitala iznosi sada 560, onda, uz ostale iste elemente, ukupna vrijednost proizvodnje iznosi

$$560\ C + 300\ V + 300\ M = 1160$$

što znači da je cijena i dalje pala, ovaj puta od 7 na 5,8 ($\frac{1160}{200}$). Ako sad u istoj proporciji smanjimo i vrijednost konstantnog kapitala, onda će ukupna vrijednost proizvodnje, a s njom i cijena, opet pasti i tako ad infinitum. Postavlja se pitanje kako će u tom slučaju izgledati konačna ravnotežna situacija.

Označimo s α proporciju u kojoj se smanjuju vrijednost proizvodnje i vrijednost primjenjenog konstantnog kapitala. Ta proporcija u prvoj aproksimaciji iznosi 0,7 (jer je cijena pala od 10 na 7). Zbrojimo varijabilni kapital i višak vrijednosti, jer pretpostavljamo da se ne mijenjaju. Dobivamo tako jedan beskonačan sistem jednadžbi koje odgovaraju sukcesivnim etapama pojeftinjenja proizvodnje i konstantnog kapitala:

$$\begin{aligned}
800 \quad & + 600 = 2000\, a_1 \\
800\, a_1 \quad & + 600 = 2000\, a_1 a_2 \\
800\, a_1 a_2 \quad & + 600 = 2000\, a_1 a_2 a_3 \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
800\, a_1 a_2 \cdots a_{n-1} & + 600 = 2000\, a_1 a_2 a_3 \cdots a_n \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Odsudno za rješenje problema jest utvrdjivanje ponašanja koeficijenta α kad n teži u beskonačnost. Nijedan koeficijent α ne može biti veći od 1, jer bi to značilo da je cijena počela da raste, a to je suprotno pretpostavci. Prema tome koeficijenti moraju biti manji ili najviše jednaki jedinici, $a_n < 1$, $n = 1, 2 \ldots \infty$. Medjutim, iako manji od 1, koeficijenti se ne smiju smanjivati, jer bi beskonačno smanjivanje koeficijenata dovelo do smanjivanja desne strane posljednje jednadžbe ispod svake konačne vrijednosti, a to nije dozvoljeno zbog onih 600 na lijevoj strani. Budući da koeficijenti očigledno ne ostaju nepromijenjeni, oni moraju rasti, $a_1 < a_2 < a_3 \ldots < a_n \ldots$ Budući da je funkcija monotona, koeficijenti beskonačno rastu, kod čega je sigurno da ne mogu preći granicu od 1. Postavlja se pitanje, da li mogu imati granicu manju od 1, recimo $\lim a_n = \xi$, gdje je $0,7 < \xi < 1$. U takvom slučaju sigurno vrijedi ovaj odnos za $n \to \infty$

$$a_1 a_2 \ldots a_n \ldots = \prod_{n=1}^{\infty} a_n < \lim_{n \to \infty} \xi^n$$

Medjutim, očigledno je da $\lim\limits_{n \to \infty} \xi^n = 0$. No ako je desna strana jednaka nuli, onda to pogotovo vrijedi za lijevu stranu, a to je suprotno zahtjevu da koeficijent uz 2000 u gornjoj jednadžbi ima pozitivnu vrijednost. Prema tome ne stoji da je granica manja od 1, a kako ne može biti ni veća od 1, ona može biti samo upravo jednaka 1

$$\xi = \lim_{n \to \infty} a_n = 1$$

Sada smo u stanju da izračunamo vrijednost konstantnog kapitala i ukupne proizvodnje za taj granični slučaj. Iz posljednje jednadžbe proizlazi

$$a_1 \ldots a_{n-1} (2000\, a_n - 800) = 600$$

$$a_1 \ldots a_{n-1} = \frac{600}{1200} = \frac{1}{2}$$

Kako umnožak $a_1 \ldots a_{n-1}$ predstavlja koeficijent uz konstantni kapital, to vrijednost konstantnog kapitala u graničnom slučaju iznosi $C = 800 \times \frac{1}{2} = 400$. Prema tome ukupna vrijednost proizvodnje i njena struktura izgledaju ovako

$$400\ C + 300\ V + 300\ M = 1000,$$

a to su upravo početna vrijednost i struktura. Prema tome vrijednosni sastav nije se promijenio, iako je tehnički sastav porastao.

Taj rezultat ne bi trebalo da iznenadjuje. Ako radom mjerimo vrijednost, onda podvostručenje proizvodnosti rada, nakon što je provedena adekvatna revalorizacija opredmećenog rada na bazi živog rada iste proizvodnosti, dovodi do smanjenja cijena tačno za $\frac{1}{2}$. Kako je masa konstantnog kapitala bila povećana upravo 2 puta, to je nakon revalorizacije po novoj stopi proizvodnosti rada vrijednost konstantnog kapitala vraćena na početni nivo.

Logička pogreška circulus in demonstrando

Sad se možemo ponovno vratiti samom primjeru i postaviti naredno pitanje: Kakva je to privreda u kojoj proizvodnost rada raste za 100%, a plaće radnika ostaju nepromijenjene, 300 V prije kao i kasnije? Odgovor je, da je to privreda u kojoj se prosto pretpostavlja da se plaće radnika ne mijenjaju, te stoga višak proizvoda - dobiven novom tehnikom - mora nužno da ode u odjeljak. I. Očigledno je da onda odjeljak I raste brže. Prema tome u gornjoj argumentaciji učinjena je logička pogreška pretpostavljanja onoga što tek treba dokazati: najprije se pretpostavi veća proizvodnja odeljka I (jer se uzima da plaće ostaju nepromijenjene), a zatim se tom istom pretpostavkom dokazuje nužnost veće proizvodnje u I.

Suština učinjene pogreške postaje očiglednijom ako se gornji primjer prevede na stalne cijene, čime se umjesto vrijednosnih razmatraju naturalni odnosi. No to se provodjenje ne može učiniti konzekventno, jer sam primjer nije dosljedan, budući da se 800 C jedanput tretira kao količina konstantnog kapitala (kod odredjivanja tehničkog sastava), a drugi put kao vrijednost konstantnog kapitala (kad predstavlja konstitutivni elemenat vrijednosti nove proizvodnje od 1400). U daljem tekstu uzimamo da 800 C predstavlja količinu, tj. konstantni kapital u stalnim cijenama, a varijabilni kapital uzimamo u dvije varijante: 1) platni stavovi ostaju nepromijenjeni i 2) stopa viška rada ostaje nepromijenjena.

Starom tehnikom proizvodi se 100 jedinica proizvoda, a vrijednost cjelokupne proizvodnje ima slijedeću strukturu

$$400\ C + 300\ V + 300\ M = 1000$$

Cijena jednog proizvoda iznosi $\frac{1000}{100} = 10$. Novom tehnikom proizvodi se 200 jedinica, što uz istu cijenu daje vrijednost proizvodnje od 2000. Pretpostavljeno je da se konstantni kapital podvostručuje, dakle $C = 800$; da zaposlenost i platni stavovi ostaju isti, dakle $V = 300$; prema tome samim tim pretpostavlja se i veličina viška proizvoda: $M = 2000 - (800 + 300) = 900$. Struktura vrijednosti nove proizvodnje (po stalnim cijenama) izgleda sada ovako

$$800\ C + 300\ V + 900\ M = 2000.$$

Vidi se jasno da je pretpostavljeno da učešće viška proizvoda u ukupnom proizvodu poraste od 30% u prvom na 45% u drugom slučaju, i to na račun radničkih plaća, čije je učešće palo od 30% na 15%, dok su materijalni troškovi i amortizacija zadržali svoje učešće od 40%. U takvim uvjetima odjeljak I ekspandira brže od odjeljka II. No ta je promjena vrijednosne strukture očigledno sasvim arbitrarna.

Mogli smo isto tako pretpostaviti da uz podvostručenje konstantnog kapitala stopa viška rada ostaje nepromijenjena, tj. da varijabilni kapital i višak rada rastu jednako. $V = M = \frac{300 + 900}{2} = 600$. Uporedjenje s početnom situacijom pokazuje, da se sad i varijabilni kapital (= plaće = potrošnja) podvostručio. Proizlazi da svi elementi rastu istim tempom, što vrijednosnu strukturu ostavlja neizmijenjenom i što onda znači da akumulaciju treba tako rasporediti na I i II da se ostvari isti tempo povećanja sredstava za proizvodnju i predmeta potrošnje. A sve to u uvjetima tehničkog progresa, povećanja tehničkog sastava sredstava i porasta proizvodnosti rada za 100%.

Možemo, zatim, pretpostaviti da je tehnička novina takve prirode da manje od dvostrukog povećanja konstantnog kapitala omogućava uz isti rad dvostruko povećanje proizvodnje. Recimo da u ovom slučaju imamo ovakvu strukturu proizvodnje:

$$600\ C + 800\ V + 600\ M = 2000$$

Sada je reprodukciona potrošnja porasla samo $1\frac{1}{2}$ puta dok je lična potrošnja porasla $2\frac{2}{3}$ puta. Višak proizvoda povećao se 2 puta, i kad bi se sav proizvodno utrošio još uvijek bi se proizvodna potrošnja povećala manje od lične potrošnje. I opet imamo tehnički progres, tehnički se sastav sredstava povećao, a odjeljak I raste sporije od odjeljka II.

Primjeri pokazuju da i u uvjetima tehničkog progresa proizvodnja odjeljka I može bez daljnjega rasti brže, sporije ili istim tempom kao i proizvodnja odjeljka II, već prema tome što nas je volja da pretpostavimo.

Prema tome nema nikakve zakonitosti.

Gornji se primjeri mogu multiplicirati po volji i svi su jednako arbitrarni. Jedini nedvosmisleni opći zaključak jest slijedeći: uz neosporeno povećanje tehničkog sastava sredstava i proizvodnosti rada u toku privrednog razvoja čak ni u jednoj zatvorenoj privredi ništa se a priori ne može reći o tome da li odjeljak I ili odjeljak II raste brže; sve ovisi o prirodi tehničkog progresa i promjena u stopi akumuliranja. Proizlazi da je zakon pretežnog porasta odjeljka I, izveden iz promjena organskog sastava sredstava, fikcija bazirana na logičkoj pogrešci u rezoniranju. Drugim riječima, takav zakon ne postoji.

C. Učešće ličnih dohodaka u narodnom dohotku

Budući da su strukturne karakteristike poljoprivrede drugačije od onih nepoljoprivredne proizvodnje, isključit ćemo kad god je to moguće, poljoprivredni dohodak iz razmatranja. Lični dohodak individualnih proizvodjača i poduzimača može se odrediti kao prosječni lični dohodak u poduzetnom dijelu privrede. Lični dohoci dani su na bruto osnovici tj. uključene su plaće, nadnice, direktni porezi i doprinosi za socijalno osiguranje.

Na osnovu podataka iz tabela 1-3 mogu se izvesti slijedeći zaključci:

1. Uzevši u obzir grubost podataka može se utvrditi da je u XIX stoljeću učešće ličnih dohodaka u (nepoljoprivrednom) narodnom dohotku bilo stabilno bez izraženog trenda. Naročito je stabilna bila raspodjela dohotka u Engleskoj gdje kroz pola stoljeća nadnice i plaće sačinjavaju otprilike polovinu ukupnog narodnog dohotka, a profiti i kamate nešto manje od jedne četvrtine.

2. Nakon Prvog svjetskog rata dolazi do povećanja učešća ličnih dohodaka i zatim se ponovno povećava učešće nakon Drugog svjetskog rata. Na taj način preokret u kretanju kapitalnog koeficijenta (početak njegovog smanjivanja) poklopio se s promjenom u učešćima faktora proizvodnje (povećanje učešće dohotka od rada). Može se samo nagadjati šta je šta uslovilo.

3. Povećavanje učešća dohotka od rada moralo je smanjiti učešće dohotka od imovine. Do toga je došlo na jedan karakterističan način, kako je to primjetio Kuznets. Naime, dohodak od imovine koji pritječe poduzećima relativno se povećao (naročito nerasporedjeni profiti), a dohodak od imovine koji pritječe pojedincima relativno se još više smanjio tako da je neto efekat bio smanjenje ukupnog učešća dohotka od imovine*). Na taj način ispoljila se tendencija da se dohodak raspodjeljuje sve više na bazi rada a sve manje na bazi imovine. U skladu s time je i smanjivanje nejednakosti u raspodjeli dohotka što je zapaženo nakon Prvog i Drugog svjetskog rata.

*) Kuznets daje ovu instruktivnu tabelu:

Tabela 1

Učešće ličnih dohodaka u nepoljoprivrednom narodnom dohotku u XIX stoljeću (u %)

Velika Britanija[a]		Francuska[a]		Njemačka[a]		Švedska[f] (indeks)		SAD[g] (indeks)	
1862	59,6[b]	1850	52,7[c]	1872-82	69,5[d]	1861-69	100	1859	61
1880	63,2	1860	59,1[c]	1900-07	62,5[d]	1870-76	93	1869	95
1911	59,5	1885	60,7	1913	63,2	1877-85	101	1879	98
1924	70,3	1913	73,2	1928	65,9	1886-93	104	1889	106
1938	72,2	1929	59,0	1936	56,6	1894-03	100	1904-10	96
1952	74,4	1938	72,5	1953	70,7[e]	1904-10	97	1911-13	93
		1952	84,7			1911-13	94		

(a) C. Clark, The Conditions of Economic Progress, III Edition, s. 618-19. Učešće u nepoljoprivrednom dohotku
(b) Veza uspostavljena preko indeksa E.H.P.Browna, Clark, ibid.s.629
(c) Veza uspostavljena preko indeksa Simianda, Clark, ibid. s. 627
(d) Veza uspostavljena preko indeksa E.H.P.Browna, Clark, ibid.s.629
(e) Zapadna Njemačka,
(f) Clark, ibid. s. 631,
(g) Uključen je i poljoprivredni dohodak, Clark, ibid.s.628.

Tabela 2

Raspodjela narodnog dohotka u Velikoj Britaniji u toku jednog stoljeća (u%)

	Lični dohoci			
	Radnika i službenika	Individ.pro-izvodjača i poduzetnika	Rente	Profiti i kamate
1860-69	47,4	16,7	13,7	22,2
1865-74	47,6	16,7	13,0	22,7
1870-79	48,7	17,1	13,1	21,1
1875-84	48,8	17,1	13,9	20,2
1880-89	48,2	16,9	14,0	21,0
1885-94	49,2	17,3	13,0	20,5
1890-99	49,8	17,5	12,0	20,7
1895-04	49,6	17,4	11,6	21,4
1900-09	48,4	17,0	11,4	23,2
1905-14	47,2	16,2	10,8	25,8
1920-29	59,7	14,6	6,6	19,1
1925-34	60,9	14,1	8,1	16,9
1930-39	62,2	13,7	8,7	15,4
1935-44	64,0	12,9	6,7	16,4
1940-49	68,8	12,9	4,9	13,4
1945-54	71,6	12,2	4,2	12,0

Izvor: S. Kuznets, "Distribution of National Income by Factor Shares" Economic Development and Cultural Change, 3/1959, Post II, s. 86.

Lični dohoci radnika i službenika sastoje se od nadnica i plaća. Lične dohotke individualnih proizvodjača i poduzetnika Kuznets je procjenio za do jednu četvrtinu iznad prosjeka nadnica i plaća. U rentu je uključena renta od zemlje i zgrada neto od operativnih troškova.

Tabela 3

Učešće ličnih dohodaka u nepoljoprivrednom narodnom dohotku u XX stoljeću (u %)

SAD[a]	Canada[a]	Belgija[a]	Holandija[a]	Norveška[a]	Finska[a]
1919 71,9		1913 50,6			
1929 70,5				1930 67,2	
1939 76,3	1938 72,0		1938 64,5	1939 65,5	1938 81,5
1953 81,1	1952 74,2	1951 61,6	1949 69,6	1950 70,2	1952 83,0

Austrija[a]	Čile[a]	Mexico[a]	Švicarska[a]	Jugoslavija[b]
1938-39 63,5	1940 54,6	1939 67,2	1938 58,8	1954 47,3
1954-55 72,1	1950 57,4	1949 51,2	1952 73,9	1968 58,6

a) C. Clark, Conditions of Economic Progress, III Edition, ss. 618-19

b) Za društveni sektor privrede, SGJ-1956, s. 93, SGJ-1970 ss 105-106. Procenti bi bili veći da je uključena i neprivreda; stoga podaci nisu uporedivi (osim po dinamici), s podacima za druge zemlje.

Promjene učešća u narodnom dohotku od 1938. do 1952-56:

	Ukupnog dohotka od imovine	Dohotka od imovine pojedinaca	Neraspodeljenih profita poduzeća	Ostalog dohotka od imovine	3 + 4
	1	2	3	4	5
Belgija	- 4,2	- 7,4	...	...	+ 3,2
Norveška	- 7,4	-10,4	...	...	+ 0,9
Švicarska	- 6,5	- 9,8	+ 3,3	...	+ 3,3
Japan	-16,8	-16,3	+ 1,2	- 1,7	- 0,5
Kanada	+ 1,3	- 4,9	+ 2,4	+ 3,8	+ 6,2
SAD	+ 1,5	- 5,4	+ 2,1	+ 4,8	+ 6,9
Australija	- 9,4	- 6,3	+ 2,0	- 1,1	- 3,1

U ostali dohodak od imovine uključen je prihod od privredne aktivnosti države ("Distribution of National Income by Factor Shares", Economic Development and Cultural Change, 3/1959, Part II, s. 48).

D. KAPITALNI KOEFICIENTI

Podaci o kapitalnim koeficijentima još uvijek su izvanredno rijetki. Posebno nema procjene za ranija razdoblja. Metodologija procjenjivanja krajnje je neujednačena. Moguće je izračunavanje na bruto i neto osnovici, s uključivanjem zaliha ili cjelokupnih obrtnih sredstava ili bez njih, samo za privredu ili s uključivanjem i neprivrede. Ekonomski statističari najčešće procenjuju odnos neto kapitala (sredstva umanjena za akumuliranu amortizaciju) i narodnog dohotka. Tako izračunat kapitalni koeficijent mijenja se kao funkcija stopa rasta (povećava se kad se stopa rasta povećava) čak i kad tehnologija ostaje neizmjenjena. Naime, društveni proizvod je funkcija kapaciteta, dakle bruto osnovnih sredstava. Amortizacija se takodjer obično obračunava u procentu na nabavnu vrijednost osnovnih sredstava. Zbog toga se svako povećanje osnovnih sredstava odmah reflektira u amortizaciji i, na taj način, u neto proizvodu. Ukoliko se tehnologija ne mijenja, neto proizvod ostaje u nepromjenjenoj proporciji preko bruto proizvoda. Medjutim, neto osnovna sredstva sve se više približavaju vrijednosti bruto osnovnih sredstava što je brža stopa rasta (jer je onda akumulirana amortizacija relativno manja). Na taj način neto kapital ne odražava kretanje kapaciteta, može se čak kretati u suprotnim pravcima pa je tako neupotrebljiv za mjerenje procjena u tehnologiji. Ubrzavanje rasta umjetno uvećava neto kapitalne koeficijente, usporavanje ih smanjuje.*)

---

*) Usp. B. Horvat, "The Depreciation Multiplier and a Generalized Theory of Fisced Capital Costs", Manchester School, 1958, 136-59.

Idući metodološki problem je način valorizacije kapitala. Obično se kapital i proizvod valoriziraju u stalnim cijenama. No ta valorizacija vrši se po različitim principima. Volumen potrošne robe odredjuje se na taj način da se primjene iste cijene na iste proizvode, bez obzira na to koliko koštaju. Volumen kapitala procjenjuje se obično tako da se utrošci resursa za odredjena kapitalna dobra valoriziraju po istim cijenama bez obzira na to kolika će biti proizvodnja. Ako je danas za proizvodnju neke mašine potrebno 100 radnih sati, a isto toliko radnih sati bilo je potrebno za proizvodnju neke druge mašine prije deset godina, onda je volumen kapitala ostao nepromijenjen, a svodjenje na iste cijene vrši se indeksom porasta ličnih dohodaka. No ako se proizvodnost rada u medjuvremenu podvostručila, statističar će prikazati da je sa 100 radnih sati proizveden dvaput veći volumen potrošne robe, a deflacija nominalnih vrijednosti vrši se indeksom cijena proizvoda koji je normalno znatno manji od indeksa ličnih dohodaka.*) Ispravno bi bilo da se kapital i proizvod valoriziraju u cijenama iste proizvodnosti rada. To u stvari znači tržišne cijene za proizvod i svakogodišnju revalorizaciju kapitala u tim istim cijenama.

Pored statističko-metodoloških momenata varijacije kapitalnih koeficijenata uvjetovane su u značajnoj mjeri privrednim ciklusima: u vrijeme recesije kapaciteti se slabije koriste i kapitalni koeficijenti umjetno skaču: obrnuto u fazama poleta. Zato bi kapitalne koeficijente trebalo računati u vrhovima privrednih ciklusa ili na bazi potencijalne proizvodnje.

Analitički najupotrebljiviji bili su kapitalni koeficijenti izračunati kao odnos nabavne vrijednosti sredstava i finalnog ili ukupnog proizvoda u godinama vrhova privrednih ciklusa, sve valorizirano u tekućim cijenama. Osim toga ponekad je

*) Na primjer Goldsmith je u svojim obračunima primijenio ove deflatore

(1929 = 100):	1897	1949
za osnovna sredstva	41	175
za društveni proizvod	45	149

P.S. Anderson, "The Apparent Decline in Capital-Output Ratios", Quarterly Journal of Economics, 1961, s. 617.

poželjno računati s aktiviranim umjesto s ukupnim osnovnim sredstvima. Medjutim, mi se možemo koristiti samo podacima koji nam stoje na raspolaganju. Treba takodjer podsjetiti na očiglednu činjenicu da su kapitalni koeficijenti za prošlo stoljeće veoma nesigurni.

Kapitalni koeficijenti (k) i per capita dohodak (y) u XIX stoljeću

Za razumijevanje podataka koji slijede korisno je navesti nekoliko informacija o stanju tehnologije u promatranom razdoblju. Tako je 1800. godine bilo u Engleskoj svega 496 Watt-ovih parnih mašina jačine od 15-16 K.S. Sredinom XIX stoljeća u tri najrazvijenije zemlje Evrope - Engleskoj, Francuskoj i Njemačkoj - bilo ukupno 20.000 km željezničkih pruga. U isto vrijeme svjetska proizvodnja sirovog željeza iznosila je 4,6 miliona tona godišnje, od čega je polovina otpadala na Englesku. Prvi postupak za masovnu proizvodnju čelika - Bessemerov Konverter - izumljen je tek 1856. Siemens-Martinov proces razvijen je 1864-67. U 1870. godini svjetska proizvodnja čelika iznosi 700.000 tona.

Čitav XIX vijek karakterizira u izvjesnom smislu jedan tip tehnologije: zamjenjivanje ručne upotrebe alata mašinskom doradom materijala na pojedinim mašinama kao i zamjenjivanje ljudske i animalne energije drugim transportabilnim vidovima energije. U vezi s potonjim od interesa je zabilježiti da je prva dva mašinska razboja u Škotskoj u 1793. godini pokretao pas; 1890. g. riješenjem prenosa elektroenergije na velike razdaljine dovršen je proces dovodjenja energije do mjesta upotrebe. Novi značajni tehnološki prijelom nastaje oko 1910. g. uvodjenjem tekuće trake u automobilskoj industriji. Otada počinje era masovne proizvodnje. Tehnološki razvoj u posljednja dva stoljeća sažeo je R. Tomović *) ovako:

*) Encyclopaedia moderna, 8/1969, s. 125.

Pojava klasične mašine	1750 godine
Pojava fabrike	1800 "
Zamjenjivost dijelova	1800 "
Kontinuirana proizvodnja (tekuča traka)	1910 "
Mala automatizacija (regulacija pojedinih parametara procesa)	1920 "
Kompleksna automatizacija (regulacija svih parametara procesa s jednog mjesta)	1940 "
Kibernetska tehnologija (upravljanje automatizovanim procesima pomoću računara)	1960 "

Kako će se kasnije vidjeti, posljednje četiri faze tehnološkog razvoja pokazale su se kao izrazito kapitalno štedne.

Tabela 1

Kapitalni koeficijenti (k) i per capita narodni dohodak (y) u Velikoj Britaniji, Sjedinjenim državama i Belgiji

Velika Britanija[a]			Sjedinjene države[a]			Belgija[i]		
godina	y	k	godina	y	k	godina	y[a]	k
1800	...	2,9[b]	1805	...	0,8	1846	101	9,3
1812	...	2,8[b]	1850	362	1,6	1896	219[j]	9,1
1832	...	3,5[b]	1880	292[f]	2,5	1913	314	7,9
			1890	355[g]	3,4	1930	324	6,7
1865	...	3,1	1900	411[h]	3,3	1938	352	6,8
1875	344	3,5				1950	516	5,4
1885	390	4,0	1922	563	3,2			
1895	495	3,7	1929	725	3,0			
1905	492	3,8	1939	712	3,4			
1914	514	3,4[c]	1948	1021	2,5			
1928	535	3,5						
1938	624	2,7[d]						
1953	604[e]	2,6[d]						

(a) C. Clark, The Conditions of Economic Progress, Macmillan, London, 1960, s. 576. Neto reproducibilan kapital (privredni i neprivredni) i Narodni dohodak po tržišnim cijenama. Per capita dohodak izražen je u dolarima kupovne moći 1925-34. godine ("internacionalne jedinice" I.U.) po proračunu Clarka, ibid., ss. 137-41, 193-96, 101-2.

(b) S. Kuznets, "Long-Term Trends in Capital Formation Proportions", Economic Development and Cultural Change, 4/1961, Part II, s. 62.

(c) Do 1914 uključena je cijela Irska, a poslije samo S. Irska.

(d) Po stalnim cijenama iz 1948. g.

(e) 1952. godina

(f) 1874-1883

(g) 1884-1893

(h) 1894-1903

(i) Th.D. van der Weide, "Statistics of National Wealth for Eighteen Countries," Income and Wealth Series VIII, Bowes and Bowes, London, 1959, s. 30. Ukupno neto nacionalno bogatstvo i narodni dohodak po cijenama faktora, tekuće cijene.

(j) 1895. godina.

Podaci, čini se, pokazuju da su kapitalni koeficijenti u XIX stoljeću rasli u Velikoj Britaniji i SAD, a u drugoj polovini tog stoljeća nisu padali u Belgiji.

Kapitalni koeficijenti u XX stoljeću

U ovom stoljeću kapitalni koeficijenti se ponašaju drugačije nego u prošlom stoljeću, kao što to pokazuje tabela 2.

U svim promatranim zemljama kapitalni koeficijenti rastu do Prvog svjetskog rata, postizavaju maksimum izmedju 1919. i 1929. i onda opadaju. Godina 1948. za Njemačku je očigledno netipična i uvjetovana je posljedicama rata. Za Norvešku postoji mogućnost da je poslije 1948. g. došlo do ponovnog rasta kapitalnog koeficijenta. Zbog načina na koji su izračunati, analitički su najvrijedniji podaci za SAD. Vidi se da u američkoj privredi kapitalni koeficijenti postupno rastu do 1922. godine, a zatim isto tako postupno opadaju.

Kapitalni koeficijenti pojedinih privrednih oblasti

Varijacije agregatnih kapitalnih koeficijenata uvjetovane su ne samo promjenama u tehnologiji, već i promjenama u strukturi proizvodnje. Budući da je poljoprivreda kapitalno intenzivnija od industrije, brži rast industrije dovodit će do smanjivanja agregatnog kapitalnog koeficijenta čak i ako oba sektorska koeficijenta rastu. Zbog toga je privredu potrebno dezagregirati na sektore i razmotriti varijacije sektorskih kapitalnih koeficijenata.

Tabela 2

Kapitalni koeficijenti (k) i per capita narodni dohodak (y) za šest zemalja 1900-1957.

Sjedinjene države[b]			Njemačka[c]			Norveška[d]			Argentina[e]			Australija[f]			Japan[g]		
godina	y	k	godina	y	k	godina	y	k	godina	y	k	godina	y	k	godina	y	k
1909	508	2,2	1913	318	5,4	1900	...	4,1	1900-04	...	4,1	1903	355	4,3	1905	...	5,1
1914	487	2,3	1929	317	5,9	1905	...	4,3	1905-09	...	4,3	1915	373	3,9	1913	146	4,9
1922	563	2,5	1939	535	4,6	1922	324	4,1	191o-14	...	5,1	1929	492	3,6	1919	100	8,5
1929	725	2,4	1948	281	6,1	1929	344	3,7	1915-20	280	5,8	1947	664	2,8	1924	159	7,8
1939	712	2,0	1950	360	4,5	1939	399	3,5	1920-24	...	4,6	1956	...	3,0	1930	189	5,3
1948	1021	1,8	1955	...	3,6	1948	423	2,9	1925-29	...	4,2						
1957	...	1,7				1955	...	3,4	1935-40	241	4,2						
									1950-54	363	3,4						

(a) Per capita dohodak dan je u dolarima kupovne moći 1925-34. prema C. Clarku, op. cit., ss. 193-96, 130-32, 174-75,m88, 90-91, 160-61.

(b) J.E. La Tourette, "Potential Output and the Capital- Output Ratio in the United States Private Business Sector, 1909-1959", Kyklos, 2/1965, s. 320. Bruto privredni fiksni kapital i društveni proizvod privrede, cijene 1959.g. Za 1914., 1922, i 1939.g. uzet je potencijalni proizvod a ostale godine predstavljaju vrhove privrednih ciklusa pa su stvarni i potencijalni proizvod identični. Per capita dohodak 508 odnosi se na prosjek 1904-13.

(c) F. Grünig, "An Estimate of the National Capital Account of the Federal German Republic", Income and Wealth, Series VIII, s. 154. Bruto fiksni privredni i neprivredni reproducibilni kapital, društveni proizvod privredni i neprivredni, cijene 1956. g.

(d) O. Aukrust, J. Bjerke, "Real Capital and Economic Growth in Norway 1900-56", Income and Wealth, Series VIII, s. 116. Neto fiksni reproducibilni privredni i neprivredni kapital, neto domaći privredni i neprivredni proizvod, cijene 1938.

(e) A. Ganz, "Problems and Uses of National Wealth Estimates in Latin America, Income and Wealth, Series VIII, ss. 245, 265, 31. Neto fiksni reproducibilni privredni i neprivredni kapital, domaći društveni proizvod privredni i neprivredni, cijene 1950. g. Per capita dohodak dan je za godine 1916., 1937. i 1951.

(f) J.M. Garland, R.W. Goldsmith, "The National Wealth of Australia", Income and Wealth, Series VIII, s. 359. Neto privredni i neprivredni reproducibilni fiksni kapital i zalihe, društveni proizvod privredni i neprivredni, tekuće cijene.

(g) C. Clark, The Conditions of Economic Progress, Macmillan, London, 1960, s. 574. Neto privredni i neprivredni reproducibilan kapital i narodni dohodak po tržišnim cijenama.

Tabela 3

Kapitalni koeficijenti za četiri zemlje po privrednim oblastima

	Jugoslavija[a] Bruto osnovnica				Neto osnovnica		Sovjetski Savez[b]	
	Industrija i rudarstvo	Poljoprivreda	Ostale oblasti	Ukupno	Ukupno		Industrija i rudarstvo	Privreda (indeks: 1913=100)
1909-12	1,6	3,2	12,6	6,8	5,7	1925/26	0,83	...
1920-23	-	-	-	6,9	5,5	1926/27	0,74	...
1924-27	-	-	-	6,2	4,7	1928	0,50	97
1928-31	1,6	3,4	11,4	5,9	4,3	1932	0,60	...
1932-35	-	-	-	6,7	4,7	1937	0,60	...
1936-39	1,8	3,3	11,3	5,9	3,9	1940	0,60	49
1947-50	-	-	-	5,5	3,5	1950	0,52	37
1951-54	2,7	3,6	10,6	5,9	3,9	1956	0,49	36
1955-58	2,3	3,5	9,6	5,1	3,4	1966	0,58	42

	Južnoafrička Unija[c]			
	Industrija	Rudarstvo	Poljoprivreda	Ukupno
1919-23	1,2	2,0	2,3	2,5
1924-33	1,1	1,8	2,9	2,5
1929-38	1,1	1,6	3,2	2,5
1934-43	1,0	1,5	2,9	2,3
1939-48	0,9	1,7	2,6	2,1
1944-45	0,9	1,9	2,1	2,0

	Sjedinjene Američke Države: Industrija[d]			Rudarstvo[h]			Poljoprivreda[i]	
	Osn. i obrt. sredstva / bruto proizv.	Osnovna sredstva / bruto proizv.	Osn. i obrt. sredstva / dodano vrij.	Osnovna sredstva / bruto proizv.	Osn. i obrt. sredstva / dodano vrij.	Osnovna sredstva / bruto proizv.	Osnovna sredstvo / neto proizv.	Osn. sred. bez zemlje / bruto proizv.
1870	-	-	-	0,61	...	8,3		2,6
1880	0,55	-	1,5	1,02	1,2	7,9		2,5
1890	0,73	0,36	1,7	1,19	1,7	7,7		2,5
1900	0,80 0,79	0,42	1,9	...	...	7,0		2,1
1910	0,97[e]	0,47[e]	2,3[e]	1,52[e]	2,2[e]	7,2 6,8	8,5	2,4 2,3
1920	1,02[f]	-	2,6[f]	2,00[f]	2,9[f]	7,2 6,7	8,3	2,6 2,4
1930	0,89[g]	0,43[g]	2,0[g]	1,57[g]	...	5,7	7,3	1,9
1937	0,74	0,35	1,8	...	1,6	-	-	-
1940	-	-	-	1,10	...	5,1	6,7	1,6
1948	0,65	0,31	1,7	0,92	1,6	-	-	-
1950	-	-	-	...	...	4,6	7,0	1,6
1953	0,63	-	-	...	...	-	-	-

(a) I. Vinski, Uvod u analizu nacionalnog dohotka i bogatstva, Naprijed, 1967, s. 350. Privredni i neprivredni fiksni fondovi, društveni proizvod privredni i neprivredni, cijene 1953. Na neto osnovici u oba agregata odbijena je amortizacija.

(b) Za industriju i rudarstvo: Ja. Kvaša, V. Krasovskij, "Kapitaloemkost'proizvodstva i rezervi ee snaženija," Voprosy ekonomiki, 8/1959, 1-16. Fiksni fondovi, bruto proizvodnja, cijene 1926/27. Veza izmedju 1950. i 1966. dobivena je preko indeksa fiksnih fondova i bruto proizvodnje iz CSU, Strana Sovetov za 50 let, s. 30 $(\frac{777}{860} / \frac{141}{173} \times 0{,}52 = 0{,}58)$ Za privredu: CSU, Strana Savetov za 50 let, s. 28. Privredni fiksni fondovi i narodni dohodak, 1960 g.

(c) D. Franzsen, L.S. Willers, "Capital Accumulation and Economic Growth in South Africa", Income and Wealth, Series VIII, Bowes and Bowes, London, 1959, ss. 306 i 308. Neto fiksni reproducibilni privredni i neprivredni kapital, narodni dohodak privredni i neprivredni, cijene 1938. g.

(d) D. Creamer, Capital and Output Trends in Manufacturing Industries, 1880-1948, National Bureau of Economic Research, 1954, ss. 43 i 49. U osnovna sredstva uključena je oprema, zemlja i zgrade; u obrtna sredstva zalihe, potraživanja i novac. Cijene 1929. g. Odabrane godine odgovaraju vrhovima ili su blizu vrhova privrednih ciklusa.

(e) 1909. godina.

(f) 1919. godina.

(g) 1929 godina.

(h) I. Borenstein, Capital and Output Trends in Mining Industries 1870-1948, NBER, 1954, ss. 34 i 60. Osnovna sredstva na neto osnovici bez zemlje. Obrtna sredstva sastoje se od zaliha, gotovine i potraživanja. Cijene 1929. g.

(i) A.S. Tostlebe, Capital in Agriculture, ss. 101 i 113. U osnovna sredstva uključeni su: zemlja, zgrade, oprema, mašine, stoka i zalihe proizvoda. Bruto proizvod isključuje reprodukcionu potrošnju poljoprivrednih proizvoda, neto proizvod je umanjen i za repromaterijale nabavljene van poljoprivrede; uzimani su 5-godišnji prosjeci. Cijene 1910-1914.g.

Kapitalni koeficijenti jugoslovenske industrije ostali su na praktički nepromjenjeni u tri decenija prije posljednjeg rata. S administrativno organiziranom i forsiranom industrijalizacijom kapitalni koeficijent naglo skače, da bi se poslije 1955. godine počeo brzo smanjivati. Slične promjene pokazuje i poljoprovredni kapitalni koeficijent, uz tu razliku što je poslijeratno pogoršanje izazvala kolektivizacija. Ukupni kapitalni koeficijent smanjivao se od 1910. godine dalje uz prekide za vrijeme ratova, svjetske ekonomske krize i administrativnog planiranja. No to smanjivanje prije svega je rezultat strukturnih promjena. Usporedjenje s drugim privredama pokazuje da su jugoslovenski kapitalni koeficijenti još uvijek relativno visoki. To znači da postoje velike potencijalne rezerve za smanjivanje kapitalnog koeficijenta koje je započeto poslije administrativnog perioda.

U sovjetskoj industriji zapažaju se donekle slična kretanja kao i u jugoslavenskoj. Smanjivanje kapitalnog koeficijenta prekinuto je prvim petogodišnjim planom; dolazi do naglog pogoršanja kapitalnog koeficijenta koji se na 20% višem nivou zadržava čitav decenij. Tek poslije rata dolazi do spuštanja na početni nivo iz 1928.g. Medjutim, od 1956. godine efikasnost investiranja u industriji (i u privredi u cjelini, gdje do 1966. g. k raste za 13,5%) u Sovjetskom Savezu se pogoešava. Vjerojatno se radi o rastućoj neefikasnosti administrativnog planiranja, a ne o tehnološki uslovljenim promjenama. Usporedjivanje kretanja industrijskog i privrednog kapitalnog koeficijenta pokazuje u kojoj mjeri može brz privredni razvoj strukturnim promjenama poboljšati opći kapitalni koeficijent čak i kad se sektorski koeficijenti pogoršavaju.

U Južnoafričkoj Uniji zapaža se tendencija blagog smanjivanja kapitalnog koeficijenta od Prvog svjetskog rata na dalje.

Najduže statističke serije postoje za američku privredu. Za industriju kapitalni koeficijent je definiran na tri različita načina: s ukupnim osnovnim i obrtnim sredstvima, samo s obrtnim sredstvima i samo s dodanom vrijednošću (bruto proizvod umanjen za reprodukcionu potrošnju). Sve tri serije pokazuju porast do 1919. godine i pad poslije te godine. Slična kretanja pokazuju i pojedine industrijske grane:

od 39 grana 17 ima najveći kapitalni koeficijent u 1919. godini.*) Zanimljivo je takodjer da se razlike u kapitalnim koeficijentima izmedju grana smanjuju. Kapitalni koeficijent na bazi obrtnog kapitala pokazuje slično kretanje kao i onaj na bazi fiksnog kapitala samo što su uspon i pad manje izraženi. U vezi s ovim mjerenjima P.S. Anderson upozorava da su zbog načina obračuna i uspon i pad koeficijenta prenaglašeni.**) U prvo vrijeme statistički obuhvat kapitala bio je prilično slab pa je stoga i s poboljšanjem statističkog obuhvata prije Prvog svjetskog rata umjetno rastao kapitalni koeficijent. A zatim, pod utjecajem novouvedenog poreza na profite, povećava se amortizacija što smanjuje kapitalni koeficijent na neto osnovici. Ovo potonje uočava se iz ovih podataka.***)

	1919	1937
Ukupni neto kapital prema proizvodnji	1,02	0,74
Obrtni kapital prema prpizvodnji	0,45	0,40
Fiksni neto kapital prema proizvodnji	0,57	0,35
Fiksni bruto kapital prema proizvodnji	0,70	0,62

Vidi se da se kapitalni koeficijent na bruto osnovici smanjio znatno manje nego na neto osnovici; smanjio se otprilike istim tempom kao i onaj na bazi obrtnog kapitala.

U američkoj poljoprivredi kapitalni koeficijenti i na bruto i na neto osnovici (vrijednost proizvoda umanjena za reprodukcionu potrošnju) padaju u čitavom promatranom razdoblju, s tim što je padanje ubrzano poslije 1920. godine. Slika se mi-

*) D. Creamer, Capital and Output Trends in Manufacturing Industries 1880-1948, s. 53.

**) P.S. Anderson, "The Apparent Decline in Capital Output Rations", Quarterly Journal of Economics, 1961, 615-34.

***) Anderson, op. cit., s. 622.

jenja ako se iz osnovnih sredstava isključi zemlja. Tada u prvih 50 godina kapitalni koeficijent, uz odredjene oscilacije, ostaje nepromjenjen, a nakon 1920.g. dolazi do naglog pada. Tostlebe to objašnjava značajnim tehnološkim poboljšanjima kao što su hibridni kukuruz, primjena insekticida i umjetnih gnojiva, bolja obrada zemljišta i bolja njega stoke. U periodu 1870-1930. prinosi po hektaru jedva da su se nešto povečali, 1930-1950. porasli su za jednu trećinu; proizvodnja po uslovnom grlu bila je 1950.g. upola veća nego 1920.g.*)

U izvjesnom smislu najinteresantniji je slučaj američkog rudarstva. Zbog postepenog iscrpljivanja rudne supstance pritisak opadajućih prinosa morao je biti vrlo jak. Na primjer početkom stoljeća vadio se bakar iz rude sa sadržajem metala od 5%, pola stoljeća kasnije u prosjeku je sadržaj metala bio 0,8%, a kao dobra smatrala se i ruda s 0,6% metala. Medjutim kapitalni koeficijent slijedi u rudarstvu isti obrazac kao i u industriji: rast do 1919. i pad poslije te godine; kod metalnih ruda pad je započeo još negdje oko kraja stoljeća. Zanimljivo je da se i rudni sadržaj društvenog proizvoda (tj. proizvodnja rudarstva u procentu od društvenog proizvoda SAD) povećava do 1919. godine a zatim opada. Prema Borensteinu četiri faktora uvjetovali su ovaj fenomen (1) povećana upotreba starog metala; (2) efikasnija upotreba minerala, napr. manje uglja po jedinici proizvodnje elektroenergije; (3) više faza obrade prije isporuke finalnom potrošaču i (4) supstitucije nemineralnim materijalima kao što su plastične mase. **)

*) A.S. Tostlebe, Capital in Agriculture, s. 104.

**) J. Borenstein, Capital and Output Trends in Mining Industries, 1870-1948, s. 14.

Mogući zaključci

Nepotpunost podataka, njihova metodološka neujednačenost i nesigurnost za ranija razdoblja onemogućavaju pouzdane empirijske generalizacije. No i uz te ograde neke grube pravilnosti čini se da se mogu uočiti.

1. Kapitalni koeficijenti kod manje razvijenih zemalja (npr. Jugoslavije i Japana) i kod razvijenih zemalja u njihovim početnim fazama industrijalizacije (Velika Britanija, Belgija, SAD) veći su nego u suvremenim industrijaliziranim privredama.

2. Čini se da u prvim periodima industrijalizacije dolazi do povećavanja globalnog kapitalnog koeficijenta. U tom pogledu najčistija su kretanja američke privrede gdje se kapitalni koeficijent povećava sve do Prvog svjetskog rata. U velikoj Britaniji čini se da je do obrta došlo negdje krajem prošlog stoljeća.

3. U nizu zemalja tako različitih kao što su SAD, Njemačka, Argentina, Južnoafrička Unija, Japan i Jugoslavija globalni kapitalni koeficijent počinje se smanjivati neposredno poslije Prvog svjetskog rata. Zanimljivo je da se ovaj prijelom u kretanju kapitalnog koeficijenta poklapa s dolom poluvjekovnog Kondratijevljevog ciklusa*).

4. Kod brzog rasta strukturne promjene mogu dovesti do toga da se globalni kapitalni koeficijent kreće suprotno od sektorskih koeficijenata, kao što je to djelomično bio slučaj u jugoslavenskoj i sovjetskoj privredi. Medjutim, podaci za SAD i Južnoafričku Uniju pokazuju da su i kapitalni koeficijenti za industriju (čak pojedine grane industrije), rudarstvo i poljoprivreda takodjer imali obrte neposredno poslije Prvog svjetskog rata.

5. Relativna brzina rasta u promatranim razdobljima mogla bi uvjetovati zapaženo kretanje kapitalnih koeficijenata te je stoga korisno ispitati raspoložive podatke.

*) Usp. B. Horvat, Privredni ciklusi u Jugoslaviji, Institut ekonomskih nauka, Beograd, 1969. s. 11.

Tabela 4

Godišnja stopa rasta industrijske proizvodnje

	1860–1913	1925/29–1958	1913–1958
Svijet	3,7	4,1	3,5
Velika Britanija	2,1	3,0	2,2
Francuska	2,8	2,1	1,9
Njemačka[a]	4,1	3,5	2,4
SAD	4,6	3,1	3,3
Italija	4,9[b]	3,4	3,1
Švedska	6,3[b]	4,2	3,4
SSSR	5,7[b]	11,8	8,3

(a) Zap. Njemačka poslije Drugog svjetskog rata

(b) 1880–1913

Izvor: S. Patel, "Rates of Industrial Growth in the Last Century, 1860–1958", Ec. Dev. and Cult. Change, 3/1961, s. 319.

Podaci ukazuju da se industrijska ekspanzija nešto ubrzala poslije Prvog svjetskog rata u usporedjenju s ranijim polusvjetskim razdobljem. To ubrzanje naročito dolazi do izražaja ako se industrijski rast promatra na per capita osnovici. Tako je na primjer porast stanovništva u SAD iznosio 1860–1913 3%, a 1913–1958 1,3% godišnje, te je stoga per capita stopa industrijskog rasta bila 1,6% za prvo i 2% za drugo razdoblje.

6. Promjene kapitalnih koeficijenata uglavnom su vrlo spore.

Tabela 5

Povećavanje i smanjivanje kapitalnog koeficijenta

	Godina povećavanja	Povećanje kapitaln. koef. od do	Godine smanjivanja	Smanjenje kap. koeficijenta od na
SAD:				
Globalni, neto	1805-1890	0,8 - 3,4	1890-1948	3,4 - 2,5
Globalni, bruto	1909-1922	2,2 - 2,5	1922-1957	2,5 - 1,7
industrija	1880-1919	0,55 - 1,02	1919-1953	1,02 - 0,63
rudarstvo	1870-1919	0,61 - 2,00	1919-1948	2,00 - 0,92
poljoprivreda	1870-1920	2,6 - 2,6	1920-1950	2,4 - 1,6
Velika Britanija:				
globalni, neto	1865-1885	3,1 - 4,0	1885-1953	4,0 - 2,6
Norveška:				
globalni, neto	1900-1905	4,1 - 4,3	1905-1955	4,3 - 3,4
Argentina:				
globalni	1902-1918	4,1 - 5,8	1918-1952	5,8 - 3,4
Belgija:				
globalni, neto	-	-	1846-1950	9,3 - 5,4
Avstralija:				
globalni, neto	-	-	1903-1956	4,3 - 3,0
Južna Afrika				
globalni, neto	-	-	1924-1944	2,5 - 2,0
Njemačka:				
globalni, bruto	1913-1929	5,4 - 5,9	1929-1955	5,9 - 3,6
Jugoslavija:				
globalni, bruto	1919-1922	6,8 - 6,9	1922-1957	6,9 - 5,1
globalni, neto	-	-	1911-1957	5,7 - 3,4

Zbog načina obračunavanja kapitala u stalnim cijenama, navedene promjene kapitalnog koeficijenta vjerojatno su prenaglašene, stvarne promjene vjerojatno su još sporije.

Na osnovu gornjih pet opservacija mogu se indicirati ove generalizacije.

1. Kad u jednoj manufakturnoj zemlji dodje do industrijalizacije, onda to povlači za sobom povećavanje kapitala po jedinici proizvodnje. Podaci iz jedne indijske studije *) ilustriraju tu činjenicu na primjeru tekstilne industrije, koja pripada ovim granama s kojima obično industrijalizacija i započinje.

	Kapital po zaposlenom	Proizvodnja po zaposlenom	Kapitalni koeficijent
	U rupijama		
1. Ručni tkalački stan u kućnoj radinosti	135	45	0,8
2. Automatski tkalački stan u kućnoj radinosti	90	80	1,1
3. Tkalački stan pokretan energijom u malom poduzeću	300	200	1,5
4. Moderna tekstilna tvornica	1200	650	1,9

Pri prelasku od manufakture na malu industriju, dakle od tehnologije 2. na tehnologiju 3, kapitalna opremljenost rada povećava se preko tri puta, proizvodnosti rada raste dva i po puta, a kapitalni koeficijent povećava se za preko jednu četvrtinu. Imajući u vidu ove efekte i jedan dio gore navedenih podataka profesor Bičanić formulirao je svoju teoriju praga ekonomskog razvoja i triju faza ekonomskog rasta.**) U prvoj fazi proizvodnost rada je niska, rast je spor a kapitalni

*) League of Nations, Industrialization and Foreign Trade, s. 50.

**) R. Bičanić, "Kapitalni koeficijent, tehnički napredak i teorija praga ekonomskog razvoja", Ekonomski pregled, 3/1961, 251-300. "The Threshold of Economic Growth", Kyklos, 1/1962, 7-28.

koeficijent relativno nizak, negdje oko k = 2. Industrijalizacija naglo uvećava kapitalni koeficijent (na oko k = 4-6), što je identično sa smanjenjem globalne efikasnosti investiranja, akumulaciju treba povećavati brže nego što raste proizvodnja, javlja se prag koga treba prijeći. Jedan od razloga naglog povećanja kapitalne intenzivnosti proizvodnje jest nužnost izgradnje saobraćajne infrastrukture, energetske baze i teške industrije. U trežoj fazi investira se više u preradjivačku industriju i globalni kapitalni koeficijent se smanjuje (na oko k = 3-4).

Bićanićeva hipoteza o pragu razvoja zanimljiva je i plauzibilna. No raspoloživi podaci o empirijskim veličinama ne potvrdjuju sasvim tu hipotezu. Izuzev sovjetskog tipa industrijalizacije - koji smo i mi kopirali - ne dolazi do dramatičnog skoka kapitalnog koeficijenta u nekom uskom kritičnom intervalu per capita dohotka tj. ne dolazi do izraženog praga. O početnom nivou kapitalnog koeficijenta znamo vrlo malo. Osim toga Bićanić nije precizno statistički definirao svoje koeficijente. Uspon kapitalnog koeficijenta je relativno spor, zatim tačno je da je u prvo vrijeme učešće kapitalno intenzivnih saobraćajnih investicija relativno veliko, ali je tačno i to da najbrže ekspandira industrija, koja ima manji kapitalni koeficijent nego poljoprivreda i saobraćaj, i da se povećavaju privredne investicije u odnosu na neprivredne. Zbog toga je potrebno dati nešto kompleksnije objašnjenje.

2. Konstatirali smo da mehanizacija manufakture ima kao posljedicu povećavanje kapitala u odnosu na proizvodnju u pojedinim granama. Kakav će biti globalni efekat ovisi prije svega o promjenama u strukturi proizvodnje. Što je brži privredni rast, to je brža ekspanzija industrije (i gradjevinarstva) u odnosu na kapitalno intenzivni saobraćaj i poljoprivredu. Osim toga saobraćajna i energetska infrastruktura mogu se bolje iskoristiti. Na taj način tendencije povećavanja globalnog kapitalnog koeficijenta mogu biti znatno ublažene ubrzavanjem rasta.

3. Naredni faktor je tip tehničkog progresa. Današnje nerazvijene privrede imaju na raspolaganju drugu tehniku od one kojom su se služile Engleska i Amerika u prošlom stoljeću. Prikupljeni statistički podaci prilično impresivno pokazuju da je tehnički progres poslije Prvog svjetskog rata bio kapitalno štedan (u Harrodovom

smislu) i u industriji i u rudarstvu i u poljoprivredi. Djelomično je tome razlog rekonstrukcija i povećavanje postojećih kapaciteta - umjesto izgradnje novih - uslijed čega se pojavljuje mogućnost eksploatiranja rastućih prinosa. Veće tržište (domaće ili medjunarodno) i veća koncentracija kapitala (domaćeg, medjunarodnog, državnog) čini mogućim da i novi kapaciteti budu znatno veći nego ranije. U drugoj polovini prošlog stoljeća gradile su se rafinerije nafte s kapacitetom od nekoliko desetina hiljada tona prerade godišnje. Danas se minimalnim rentabilnim kapacitetom smatra kapacitet od preko milion tona godišnje prerade koji zahtijeva upola manje kapitala po toni prerade.*) Automatizacija takodjer znatno smanjuje kapitalne troškove po jedinici proizvodnje. **) Na taj način ne postoji nužnost da se danas kopiraju nekadašnji obrasci industrijalizacije, a eventualni pragovi mogu se izravnati.

*) B. Horvat, Industrija nafte u Jugoslaviji, 2. Prerada, s. 17. Isti, Ekonomika jugoslavenske naftne privrede, ss. 84-87. Porast kapaciteta od 250.000 t/g (što odgovara našim rafinerijama poslije rata) na 500.000 t/g smanjuje investicione troškove po jedinici kapaciteta za 1/3, na 1,250.000 t/g za 2/5, na 2 mln t/g za 1/2.

**) Kvaša i Keasovskij citiraju Trapeznikova koji je utvrdio da se automatizacijom smanjuju kapitalni troškovi za 5-10 puta u odnosu na izgradnju dodatnih neautomatiziranih poduzeća za isto povećanje proizvodnje. Takodjer navode da je od 49 potpunih metalurških kombinata u SAD samo jedan izgradjen poslije rata ("Kapitaloemkost proizvodstva i rezervi ee sniženija", Voprosy ekonomiki, 8/1959, s. 14 i 7).